الأدهم

فى

الرياضيـــــات

الصف الثانى الإعدادى

الترم الاول

٢٠١٨

اسم الطالب /

المدرســـــة /

الفصـــــل /

إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

مراجعة على ما سبق

١ مجموعات الأعداد

١ مجموعة أعداد العد "ع"

ع = {١، ٢، ٣، ٤، ...}

٢ مجموعة الأعداد الطبيعية "ط"

ط = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ...}

∴ ط = ع ∪ {٠}

٣ مجموعة الأعداد الصحيحة "ص"

ص = {...، ٣، ٢، ١، ٠، -١، -٢، ...}

وفيها

ص+ = {١، ٢، ٣، ٤، ...} = ع

ص- = {-١، -٢، -٣، -٤، ...}

ص = ص+ ∪ {٠} ∪ ص-

ملحوظة الصفر ليس موجب وليس سالب

٤ مجموعة الأعداد النسبية "ن"

ن = { $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$: أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠ }

لاحظ أن

ع ⊂ ط ⊂ ص ⊂ ن

٢ القيمة المطلقة

١ |-٢| = ٢

٢ |٢| = ٢

إذا كانت |س| = ٢ فإن س = ±٢

إذا كانت |س| = ٥ فإن س = ±٥

٣ الأسس

١ $\text{أ}^{-\text{ن}} = \frac{1}{\text{أ}^{\text{ن}}}$

٢ $\text{أ}^{\text{ن}} \times \text{أ}^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{ن}+\text{م}}$ في حالة الضرب نجمع الأسس

٣ $\text{أ}^{\text{ن}} \div \text{أ}^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{ن}-\text{م}}$ في حالة القسمة نطرح الأسس

٤ $(\text{أ}\text{ب})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{ن}}\,\text{ب}^{\text{ن}}$ قانون توزيع الأس

٥ $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$

٦ $(\text{أ}^{\text{ن}})^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{ن}\times\text{م}}$ لو أس مرفوع لأس نضربهم

٤ الصورة القياسية

١ ٧٣٢١٥ = ٧٫٣٢١٥ × $١٠^{٤}$

٢ ٠٫٠٠٠٣١٦ = ٣٫١٦ × $١٠^{-٤}$

الجذور التربيعية

١) $\sqrt{1} = 1$

٢) $\sqrt{4} = 2$

٣) $-\sqrt{9} = -3$ وهكذا

٤) إذا كانت $\text{س}^2 = 25$

فإن $\text{س} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

٥) إذا كانت $\text{س}^2 = 100$

فإن $\text{س} = \pm\sqrt{100} = \pm 10$

يعني من الجذور نحصل $\pm$

٦) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد ٢٥

= صفر

لأن الجذرين أحدهما ± 5 ومجموعهما = صفر

٧) $\sqrt{\text{أ}^2} = |\text{أ}|$

٨) $\sqrt{(5)^2} = 5$

٩) $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$

حل المعادلات

١) $\text{س} + 3 = 7$ ، س ∈ ط

الحل

$\text{س} = 7 - 3$ $\quad$ $\text{س} = 4$

∴ م.ح = {٤}

متنساش اللي يدي الكلابري يدفع الأجرة [متغير إشارته]

٢) $2\text{س} - 5 = 13$ ، س ∈ ن

الحل

$2\text{س} = 13 + 5$

$2\text{س} = 18$ بالقسمة على ٢

$\frac{2\text{س}}{2} = \frac{18}{2}$

∴ $\text{س} = 9$

∴ م.ح = {٩}

٣) $\text{س}^2 - 3 = 6$ س ∈ ن

الحل

$\text{س}^2 = 6 + 3$ $\quad$ $\text{س}^2 = 9$

∴ $\text{س} = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

∴ م.ح = {± 3}

الوحدة الأولى

١ الجذر التكعيبى للعد النسبي

ملاحظات

١ الجذر التكعيبي للعدد م = $\sqrt[٣]{م}$ هو العدد الذي مكعبه = م

٢ يوجد جذر تكعيبي لعدد سالب

$\sqrt[٣]{-٨} = -٢$ ، $\sqrt[٣]{-١٢٥} = -٥$

٣ إذا كان ما تحت الجذر له أس فإننا نقسم الأس على جهة على الدليل اللي بره

* $\sqrt[٣]{٢^{٣}} = ٢^{\frac{٣}{٣}} = ٢$

* $\sqrt[٣]{(-٣)^{٣}} = (-٣)^{\frac{٣}{٣}} = -٣$

* $\sqrt[٣]{م^{ن}} = م^{\frac{ن}{٣}}$

* $\sqrt[٣]{م^{٥}} = م^{\frac{٥}{٣}}$ وهكذا

٤ في حل المعادلات يكون $\sqrt[٣]{م}$ له قيمة واحدة فقط

$س^{٣} = ٢٧$ ∴ $س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

$س^{٣} = -١٢٥$ ∴ $س = \sqrt[٣]{-١٢٥} = -٥$

احفظ الجدول ده كويس

العدد	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	١٠٠٠
الجذر التكعيبي	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	١٠

الفكرة الأولى

١ أكمل

١) $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

٢) $\sqrt[٣]{-١} = -١$

٣) $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$

٤) $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

٥) $\sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠$

٦) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$

٧) $\sqrt[٣]{٠٫١٢٥} = \sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{١٠٠٠}} = \frac{٥}{١٠} = ٠٫٥$

٨) $\sqrt[٣]{\frac{-٨}{١٢٥}} = \frac{-٢}{٥}$

٩) $\sqrt{١٦} + \sqrt[٣]{-٦٤} = ٤ + (-٤) = ٤ - ٤$
= صفر

الفكرة الثانية

٢ حل المعادلات الآتية فى ح

١ $س^{٣} + ٢٧ = ٠$

الحل

$س^{٣} = -٢٧$ بأخذ $\sqrt[٣]{\ }$

$\therefore س = \sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

$\therefore م.ح = \{-٣\}$

---

٢ $٨س^{٣} + ٧ = ٨$

الحل

$٨س^{٣} = ٨ - ٧$

$\therefore ٨س^{٣} = ١$ ÷ ٨

$س^{٣} = \frac{١}{٨}$ بأخذ $\sqrt[٣]{\ }$

$\therefore س = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}} = \frac{١}{٢}$

$\therefore م.ح = \{\frac{١}{٢}\}$

---

٣ $٢س^{٣} - ٥ = س^{٣} + ٣$

الحل

$٢س^{٣} - س^{٣} = ٣ + ٥$

$س^{٣} = ٨$ بأخذ $\sqrt[٣]{\ }$

$\therefore س = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

$\therefore م.ح = \{٢\}$

---

٤ $(س + ٣)^{٣} = ٣٤٣$

الحل

بأخذ $\sqrt[٣]{\ }$ للطرفين

$\therefore (س + ٣) = \sqrt[٣]{٣٤٣} = ٧$

$\therefore س + ٣ = ٧$

$\therefore س = ٧ - ٣ = ٤$

$\therefore م.ح = \{٤\}$

---

٥ $(٥س - ٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$

الحل

$(٥س - ٢)^{٣} = ١٨ - ١٠$

$(٥س - ٢)^{٣} = ٨$ بأخذ $\sqrt[٣]{\ }$

$(٥س - ٢) = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

$٥س - ٢ = ٢$

$٥س = ٢ + ٢ = ٤$

$٥س = ٤ \quad \therefore س = \frac{٤}{٥}$

$\therefore م.ح = \{\frac{٤}{٥}\}$

"من جد وجد
ومن زرع حصد"

③ أوجد قيمة س

① $س^{٣} = -١٢٥$

بأخذ $\sqrt[٣]{}$ ∴ $س = \sqrt[٣]{-١٢٥}$

∴ $س = -٥$

② $س^{٣} = ٦٤$

بأخذ $\sqrt[٣]{}$ ∴ $س = \sqrt[٣]{٦٤}$

∴ $س = ٤$

③ $\sqrt[٣]{س} = ٥$

بتكعيب الطرفين

∴ $س = (٥)^{٣} = ١٢٥$

④ $\sqrt[٣]{س} = ٣$

بتكعيب الطرفين ∴ $س = (٣)^{٣}$

$س = ٢٧$

③ جحم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣}

④ ١ لتر = ١٠٠٠ سم^{٣}

④ الحل يا شاطر

① مكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣} فإن طول حرفه = ---- $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$ سم

② مكعب حجمه ١٠٠٠ سم^{٣} فإن طول حرفه = ---- $\sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠$ سم

③ مكعب طول حرفه ٣ سم فإن حجمه = ---- $(٣)^{٣} = ٢٧$ سم^{٣}

يبقى لو عايز يجيب الحجم نكعب

ولو عايز يجيب طول الحرف نأخذ $\sqrt[٣]{}$

الفكرة الثالثة التطبيقات

قوانين هامة

① حجم المكعب = ل^{٣}

② طول حرف المكعب = $\sqrt[٣]{}$ للحجم

⑤ أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^{٣} (علماً بأن $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحل

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣}

∴ $\frac{٤}{٣} \times \frac{٢٢}{٧}$ نق^{٣} = ٣٨٨٠٨

$\frac{٨٨}{٢١}$ نق^{٣} = ٣٨٨٠٨

∴ $\text{نق}^3 = \text{٣٨٨٠٨} \times \frac{\text{٢١}}{\text{٨٨}}$

طبعاً إما نقسم على المعامل

أو نضرب × المعكوس الضربي للمعامل

∴ $\text{نق}^3 = \text{٩٢٦١}$ بأخذ $\sqrt[3]{\ }$

∴ $\text{نق} = \sqrt[3]{\text{٩٢٦١}} = \text{٢١}$ سم

∴ طول القطر = ٢ نق = ٢ × ٢١ = ٤٢ سم

الواجب

(١) أكمل

(١) $\sqrt[3]{-\text{١}} =$

(٢) $\sqrt[3]{\text{٨}} =$

(٣) $\sqrt[3]{\text{١٢٥}} =$

(٤) $\sqrt[3]{-\text{١٠٠٠}} =$

(٥) $\sqrt[3]{a^{3}} =$

(٦) $\sqrt[3]{a^{6}} =$

(٧) $\sqrt[3]{\frac{\text{١}}{\text{٨}}} =$

(٨) $\sqrt[3]{\text{٠٫١٢٥}} =$

(٩) مكعب حجمه ٦٤ سم³ فإن طول حرفه = ...

(١٠) مكعب حجمه ١٢٥ سم³ فإن طول حرفه = ...

(١١) مكعب حجمه لتر فإن طول حرفه = ...

(١٢) مكعب طول حرفه ٣ سم فإن حجمه = ...

(١٣) مكعب طول حرفه ٢ سم فإن حجمه = ...

(١٤) $\sqrt[3]{\text{٨}} + \sqrt[3]{-\text{٨}} = ...$

(١٥) $\left|\sqrt[3]{-\text{١٢٥}}\right| = ...$

(١٦) $\sqrt{\text{٩}} + \sqrt[3]{-\text{٨}} =$

(١٧) $\sqrt{\text{٦٤}} - \sqrt[3]{\text{٦٤}} =$

(٢) أوجد قيمة س

(١) $\text{س}^3 = \text{١٠٠٠}$

(٢) $\text{س}^3 = -\text{٦٤}$

(٣) $\sqrt[3]{\text{س}} = \text{٢}$

(٤) $\sqrt[3]{\text{س}} = -\text{٣}$

(٥) $\sqrt[3]{\text{س}} = -\frac{\text{١}}{\text{٢}}$

(٣) أوجد مجموعة حل المعادلات فى ن

(١) $\text{س}^3 + \text{١} = \text{٩}$

(٢) $\text{س}^3 + \text{٣} = -\text{٢٤}$

(٣) $\text{٨س}^3 - \text{٥} = \text{٥٩}$

(٤) $(\text{س} - \text{٢})^3 = \text{١٢٥}$

(٥) $(\text{س} + \text{١})^3 = \text{٢٧}$

(٤) أوجد طول نصف قطر كرة حجمها = ٤٨٥١ سم³ $(\pi = \frac{\text{٢٢}}{\text{٧}})$

الوحدة الأولى

٢ مجموعة الاعداد غير النسبية ن'

فاكر السنة اللى فاتت كنا بنعرّف العدد النسبي إزاى ؟

* **العدد النسبي** هو العدد الذى يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$

علشان كده بنقول

* **العدد غير النسبي** هو العدد الذى لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$

أمثلة للاعداد غير النسبية

١ الجذور التربيعية للاعداد التى ليست مربعات كاملة
مثل $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٨}$ وهكذا

٢ الجذور التكعيبية للاعداد التى ليست مكعبات كاملة
مثل $\sqrt[3]{٥}$ ، $\sqrt[3]{٩}$ وهكذا

٣ النسبة التقريبية (π)

ملاحظات

١ الاعداد النسبية ن

٢ الاعداد غير النسبية ن'

٣ ن ∩ ن' = ∅ مفيش تقاطع

٤ ن ∪ ن' = ح الاتحاد بيكون ح

الفكرة الأولى

مثال ١ أكمل بوضع ∈ أو ∉

١ ٣ ... ∈ ... ن
٢ ٥ ... ∉ ... ن'
٣ $\sqrt{٤}$ ... ∈ ... ن
٤ $\sqrt{٤}$ ... ∉ ... ن'
٥ $\sqrt{٥}$ ... ∉ ... ن
٦ $\sqrt{٧}$ ... ∈ ... ن'
٧ $\sqrt{٨}$ ... ∉ ... ن
٨ $\sqrt[3]{٨}$ ... ∉ ... ن'

تمرين أكمل بوضع ن أو ن'

١ $\sqrt{٥}$ ∈ ... ن' ...
٢ $\sqrt{٩}$ ∈ ... ن ...
٣ $\sqrt[3]{٨}$ ∈ ... ن ...
٤ $\sqrt{٨}$ ∈ ... ن' ...
٥ π ∈ ... ن' ... بينما $\frac{٢٢}{٧}$ ∈ ... ن ...

الفكرة الثانية
إيجاد قيمة تقريبية لعدد غير نسبي

ملحوظة: كل عدد غير نسبي تقع قيمته بين عددين نسبيين

مثال ٣: أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهم √٥

الحل

√٤ < √٥ < √٩

٢ < √٥ < ٣

∴ √٥ ينحصر بين ٢ ، ٣

مثال ٤: أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهم √١٣

الحل

√٩ < √١٣ < √١٦

٣ < √١٣ < ٤

∴ √١٣ ينحصر بين ٣ ، ٤

مثال ٥: اثبت أن √٢ ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥

الحل

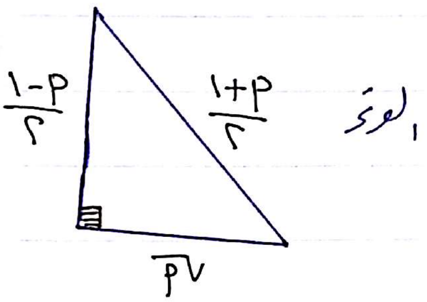
(١,٤)² = ١,٩٦ ، (١,٥)² = ٢,٢٥

∴ ١,٩٦ < ٢ < ٢,٢٥

∴ ١,٤ < √٢ < ١,٥

الفكرة الثالثة
تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد

احفظ شكل المثلث ده علشان هنتعلم منه رسم العدد غير النسبي.



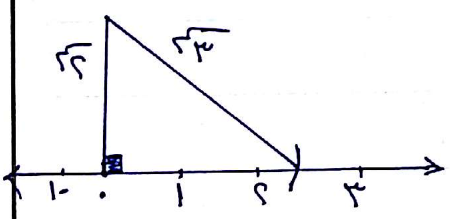
مثال ٦: ارسم قطعة طولها √م واستخدمها في تعيين النقط التالية

١) √٥

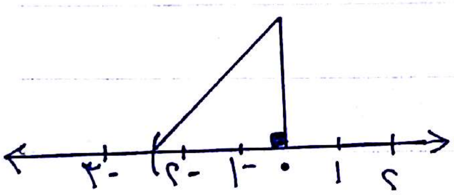
الحل

الوتر: (م+١)/٢ = (٥+١)/٢ = ٦/٢ = ٣

ضلع: (م−١)/٢ = (٥−١)/٢ = ٤/٢ = ٢



٢) −√٥



الفكرة الرابعة
حل المعادلات في نَ

مثال ٧ أوجد م.ح حيث س ∈ نَ

① $س^2 = ٧$

الحل

بأخذ $\sqrt{\ }$ للطرفين

$س = \pm\sqrt{٧}$ ∈ نَ

∴ م.ح = $\{\sqrt{٧} ، -\sqrt{٧}\}$

② $س^2 - ٢ = ١$

الحل

$س^2 = ١ + ٢$ ∴ $س^2 = ٣$

بأخذ $\sqrt{\ }$ للطرفين

∴ $س = \pm\sqrt{٣}$

∴ م.ح = $\{\pm\sqrt{٣}\}$

③ $س^3 - ١ = ٨$

الحل

$س^3 = ٨ + ١$ $س^3 = ٩$

بأخذ $\sqrt[3]{\ }$ للطرفين

∴ $س = \sqrt[3]{٩}$

∴ م.ح = $\{\sqrt[3]{٩}\}$

④ $س^3 - ٣ = ٢٤$

الحل

$س^3 = ٢٤ + ٣$

$س^3 = ٢٧$ بأخذ $\sqrt[3]{\ }$

$س = \sqrt[3]{٢٧} = ٣$

∵ ٣ ∉ نَ

∴ م.ح = ∅

مثال ٨ أكمل

① مربع مساحته ٥ فإن طول ضلعه = ... $\sqrt{٥}$

② مكعب حجمه = ٩ سم³ فإن طول حرفه = ... $\sqrt[3]{٩}$

تذكر أن

طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{المساحة}}$

طول حرف المكعب = $\sqrt[3]{\text{الحجم}}$

الواجب

١ أكمل بوضع ∈ أو ∉

(١) -٢ ∈ ...
(٢) ٠٫٣ ∈ ...
(٣) π ∈ ...
(٤) ٢٢/٧ ∈ ...
(٥) ٣٫١٤ ∈ ...
(٦) √٧ - ١ ∈ ...
(٧) √٥ ∈ ...
(٨) √٩ ∈ ...
(٩) ∛٨ ∈ ...
(١٠) √٨ ∈ ...
(١١) صفر ∈ ...
(١٢) ١٫٠٩ ∈ ...

٢ أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما كلاً مما

(١) √٣
(٢) √١١
(٣) √١٥
(٤) ∛٧

٣ اثبت أن

(١) √٢ ينحصر بين ١٫٤ ، ١٫٥
(٢) √١٠ " بين ٣٫١ ، ٣٫٢

٤ عين على خط الأعداد النقطة التي تمثل

(١) √٣
(٢) √٥
(٣) -√١١
(٤) ١ - √٢

٥ أوجد في ح مجموعة حل

(١) س² = ١٠
(٢) س² - ٣ = ٢
(٣) (س - ١)² = ٤
(٤) س³ - ٣ = ٥

٦ أكمل

(١) مربع طول ضلعه = √٢ سم فإن مساحته = ...
(٢) مربع مساحته = ٧ سم² فإن طول ضلعه = ...
(٣) مكعب حجمه ٢٥ سم³ فإن طول حرفه = ... ، ∈ ...
(٤) ن ∩ نَ = ...
(٥) ن ∪ نَ = ...

٧ أختر الإجابة الصحيحة

(١) العدد غير النسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ...
(√١٠ ، √٧ ، ٢٫٥ ، √٣)

(٢) المربع الذي طول ضلعه √٣ تكون مساحته ...
(٤√٣ ، ٩ ، ٣ ، ٦)

(٣) المربع الذي مساحته ١٠ سم² يكون طول ضلعه ...
(٥ ، -٥ ، √١٠ ، -√١٠)

الوحدة الأولى

٣ مجموعة الأعداد الحقيقية ح

لاحظ أن

ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح

وكذلك ن′ ⊂ ح

∴ ن ∪ ن′ = ح

ملاحظات هامة

١ مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)
هى المجموعة الناتجة من اتحاد الأعداد النسبية ن وغير النسبية ن′

٢ ح = ح+ ∪ {٠} ∪ ح-

٣ الصفر ليس موجب وليس سالب

٤ ح+ مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة
وهى كل الأعداد الأكبر من الصفر
{س : س ∈ ح ، س > ٠}

٥ ح- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة
{س : س ∈ ح ، س < ٠}

٦ ح+ ∩ ح- = Φ

٧ ح+ ∪ ح- = ح* ← ح ستار

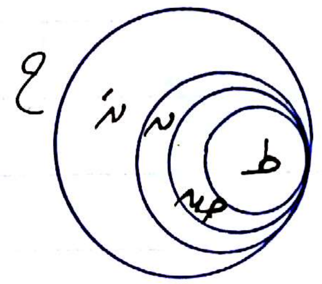
٨ ح* مجموعة الأعداد الحقيقية غير الصفرية

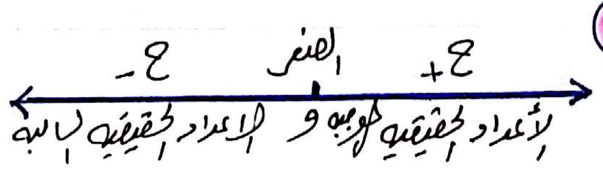
٩ ح* = ح - {٠} = ح+ ∪ ح-

١٠ الصفر أكبر من أى عدد سالب
والصفر أصغر من أى عدد موجب

١١ مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة
ح- ∪ {٠} = يعنى السالب ومعهم الصفر

١٢ مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة
ح+ ∪ {٠} = يعنى الموجب ومعهم الصفر

١٣


١٤


الفكرة الأولى
الترتيب في ح

مثال ١ رتب تصاعدياً "يعني من الصغير للكبير"

$\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{٦٨}$ ، $-\sqrt{٤٥}$

-٨ ، ٧ ، $-\sqrt{٣٢}$

الحل

الأعداد الموجبة $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{٦٨}$ ، ٧

$\because ٧ = \sqrt{٤٩}$ $\therefore$

$\sqrt{٤٩} < \sqrt{٦٨} < \sqrt{٧٥}$ (١)

الأعداد السالبة $-\sqrt{٤٥}$ ، -٨ ، $-\sqrt{٣٢}$

$\because ٨ = \sqrt{٦٤}$

$\therefore -\sqrt{٦٤} < -\sqrt{٤٥} < -\sqrt{٣٢}$ (٢)

$\therefore -\sqrt{٦٤} < -\sqrt{٤٥} < -\sqrt{٣٢} < \sqrt{٤٩} < \sqrt{٦٨} < \sqrt{٧٥}$

$\therefore -٨ < -\sqrt{٤٥} < -\sqrt{٣٢} < ٧ < \sqrt{٦٨} < \sqrt{٧٥}$

مثال ٢ رتب تنازلياً "يعني من الكبير للصغير"

$\sqrt{٦٢}$ ، ٨ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

الحل

الأعداد الموجبة $\sqrt{٦٢}$ ، $\sqrt{٦٤}$ ، $\sqrt{٧٠}$

$\therefore \sqrt{٧٠} > \sqrt{٦٤} > \sqrt{٦٢}$

$\therefore \sqrt{٧٠} > \sqrt{٦٤} > \sqrt{٦٢} > -\sqrt{٥٠}$

$\therefore \sqrt{٧٠} > ٨ > \sqrt{٦٢} > -\sqrt{٥٠}$

مثال ٣ اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٥ ، ٦

الحل

$(٥)^٢ = ٢٥$ ، $(٦)^٢ = ٣٦$

ونختار ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ...

$٢٥ < ٢٦ < ٢٧ < ٢٨ < ٣٦$

$٥ < \sqrt{٢٦} < \sqrt{٢٧} < \sqrt{٢٨} < ٦$

$\therefore$ الأعداد غير النسبية المطلوبة هي

$\sqrt{٢٦}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٢٨}$

مثال ٤ اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٩ ، ١٠

الحل

$(٩)^٢ = ٨١$ ، $(١٠)^٢ = ١٠٠$

$٨١ < ٨٢ < ٨٣ < ٨٤ < ١٠٠$

$٩ < \sqrt{٨٢} < \sqrt{٨٣} < \sqrt{٨٤} < ١٠$

$\therefore$ الأعداد غير النسبية المطلوبة هي

$\sqrt{٨٢}$ ، $\sqrt{٨٣}$ ، $\sqrt{٨٤}$

الفكرة الثانية: حل المعادلات في ح

مثال ٥: حل المعادلات التالية في ح

١) $س^2 - ٥ = ٠$

الحل

$س^2 = ٥$ بأخذ $\sqrt{\ }$

$\therefore س = \pm\sqrt{٥}$

$\therefore$ م.ح $= \{\pm\sqrt{٥}\}$

٢) $س(س^3 + ٧) = ٠$

الحل

إما $س = ٠$

أو $س^3 + ٧ = ٠$ ومنها $س^3 = -٧$

$\therefore س = \sqrt[3]{-٧}$

$\therefore$ م.ح $= \{٠ ، \sqrt[3]{-٧}\}$

٣) $س^2 + ١ = ٠$

الحل

$س^2 = -١$ بأخذ $\sqrt{\ }$

$\therefore س = \pm\sqrt{-١}$ مرفوض

$\therefore$ م.ح $= \emptyset$

لأنه لا يوجد جذر تربيعي للعدد السالب

الواجب

١ أكمل

١) $ن \cap ن' = ...$ ، $ن \cup ن' = ...$

٢) $ح = ... \cup ...... \cup ......$

٣) $ح^+ \cup ح^- = ...$ ، $ح^+ \cap ح^- = ...$

٤) $ح - ن = ...$ ، $ح - ن' = ...$

٥) $ح^+ \cup \{٠\}$ تسمى ......

٦) $ح^- \cup \{٠\}$ تسمى ......

٢ رتب تصاعدياً

١) $\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[3]{-١}$

٢) $\sqrt{٨}$ ، $-\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $\sqrt[3]{١٢٥}$ ، $-\sqrt{٤٩}$ ، ١٣

٣ رتب تنازلياً

١) $\sqrt{٦٢}$ ، ٨ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

٢) $\sqrt{٦٢}$ ، $-\sqrt{٥}$ ، $\sqrt[3]{٦٤}$ ، ١٦ ، صفر ، −١٨

٤ اكتب ثلاثة اعداد غير نسبية تنحصر بين

٦ ، ٧   ١١ ، ١٢

٥ حل المعادلات التالية في ح

١) $س^2 - ١ = ٦$ ٢) $س(س^2 - ١) = ٠$

٣) $س^3 + ١ = ٩$ ٤) $س^2 - ٣ = ٠$

٥) $س^2 + ٤ = ٠$

الوحدة الأولى

٤ العمليات على الفترات

الفترة هي مجموعة حل المتباينة في ح

ملحوظة

١) عند كتابة الفترة يكتب في العدد الأصغر في بداية الفترة

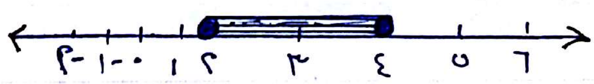
٢) العدد −∞ يكتب دائماً في أول الفترة
العدد ∞ يكتب دائماً في آخر الفترة
ويكونوا مفتوحين

أولاً الفترات المحدودة

١ الفترة المغلقة [أ ، ب]

إذا كانت {س: س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٤}

∴ س = [٢ ، ٤]



٢ الفترة المفتوحة]أ ، ب[

إذا كانت س = {س: س ∈ ح ، −١ < س < ٢}

∴ س =]−١ ، ٢[



٣ الفترة النصف مفتوحة [النصف مغلقة]

أ) س = {س: س ∈ ح ، −١ < س ≤ ٢}

س =]−١ ، ٢]



ب) س = {س: س ∈ ح ، −١ ≤ س < ٢}

س = [−١ ، ٢[



ملاحظات

ايه الفرق بين [٣ ، ٥] و {٣ ، ٥}

دي الفترة المغلقة ٣ ، ٥ يعني فيها ٣ ، ٥ وكل الأعداد الحقيقية اللي بينهم | إنما دي المجموعة ٣ ، ٥ مفهاش غير العنصرين ٣ ، ٥ فقط

وللتذكرة

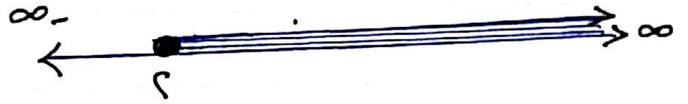
[٣ ، ٥] − {٣ ، ٥} =]٣ ، ٥[

[١ ، ٧] − {١ ، ٧} =]١ ، ٧[

ثانياً: الفترات غير المحدودة

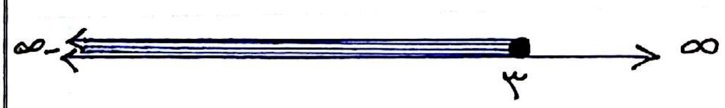
(١) س = {س : س ∈ ح ، س ≥ ٢}

س = [٢ ، ∞[



(٢) س = {س : س ∈ ح ، س ≤ ٣}

س =]-∞ ، ٣]



(٣) س = {س : س ∈ ح ، س > ١}

س =]١ ، ∞[



ملاحظات هامة

(١) ح =]-∞ ، ∞[

(٢) ح⁺ =]٠ ، ∞[

(٣) ح⁻ =]-∞ ، ٠[

(٤) لاحظ أن الصفر ليس موجب وليس سالب

(٥) مجموعة الأعداد غير الموجبة =]-∞ ، ٠]

(٦) مجموعة الأعداد غير السالبة [٠ ، ∞[

(٧) ح* = ح - {٠}

(٨) ٣ ∈ [٣ ، ٥]

(٩) ٣ ∉]٣ ، ٥]

(١٠) {٤ ، ٧} ⊂ [٤ ، ٧]

(١١) [٤ ، ٧] - {٤ ، ٧} =]٤ ، ٧[

(١٢)]١ ، ٥[∪ {١ ، ٥} = [١ ، ٥]

((نصيحه))

تجنبو شرب البيبسى على الريق

حمدى شلبى شاب عنده ٢٣ سنه شرب بيبسى على الريق ومات بعدها بـ ٤٦ سنة فى حادثة موتوسيكل

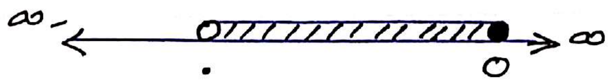
الفكرة الأولى: مسائل محلولة

مثال ١: اكتب كلاً من المجموعات التالية على صورة فترة ثم مثلها على خط الأعداد.

١) {س : س ∈ ح ، ٠ < س ≤ ٥}

الحل

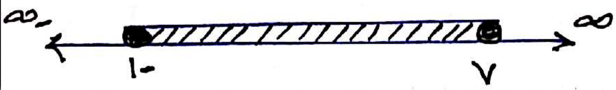
س =]٠ ، ٥]



٢) {س : س ∈ ح ، -١ ≤ س ≤ ٧}

الحل

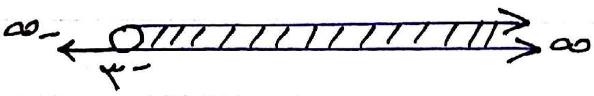
س = [-١ ، ٧]



٣) {س : س ∈ ح ، س > -٣}

الحل

س =]-٣ ، ∞[



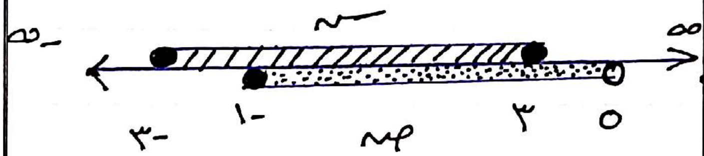
الفكرة الثانية: العمليات على الفترات

مثال ٢: إذا كانت س = [-٣ ، ٣] ، ص = [-١ ، ٥[فأوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∪ ص ٢) س ∩ ص

٣) س - ص ٤) ص - س

الحل



١) س ∪ ص : س اتحاد ص

يعني كل اللي في س واللي في ص

= [-٣ ، ٥[

٢) س ∩ ص : س تقاطع ص

يعني المشترك بين س و ص

= [-١ ، ٣]

٣) س - ص : س فرق ص

يعني اللي موجود في س وغير موجود في ص

[-٣ ، -١[

متنساش في الفرق تعكس الأقواس المشتركة

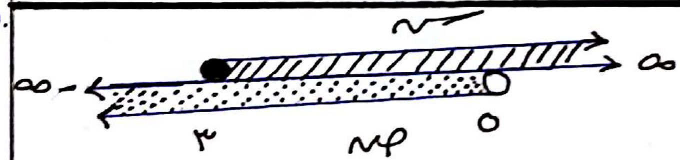
٤ ص - س ← ص فرق س
الموجود فى ص وغير موجود فى س
[٣، ٥[
← تلاحظنا ٣ لأنها مشتركة

مثال ٤

إذا كانت س = [٣، ∞[، ص =]-∞، ٥[
فاوجد مستعيناً بخط الأعداد

١ س ∩ ص
٢ س ∪ ص
٣ س - ص
٤ ص - س
٥ سَ
٦ صَ

الحل



١ س ∩ ص = [٣، ٥[
٢ س ∪ ص =]-∞، ∞[= ح
٣ س - ص = [٥، ∞[
٤ ص - س =]-∞، ٣[
٥ سَ = مكملة س كل الخط ماعدا س
=]-∞، ٣[
٦ صَ = مكملة ص كل الخط ماعدا ص
[٥، ∞[

الواجب

١ أكمل

١]-∞، ∞[= ----
٢ ح+ = ---- ح- = ----
٣ [-١، ٤] - {-١، ٤} = ----
٤ {٢، ٧} ∪]٢، ٧[= ----
٥ مجموعة الأعداد الغير الموجبة = ----
٦ " " غير السالبة = ----
٧ ٥ ---- [٥، ٧]
٨ ٣ ----]٣، ٩[

٢ اكتب على شكل فترة ومثلها على خط الأعداد

١ س = {س : س ∈ ح ، -١ ≤ س ≤ ١}
٢ س = {س : س ∈ ح ، ٢ < س < ٧}
٣ س = {س : س ∈ ح ، -٣ < س ≤ ١}
٤ ع = {س : س ∈ ح ، س ≥ ٢}
٥ س = {س : س ∈ ح ، س < ٣}

٣ إذا كانت س = [-٣، ٢] ، ص = [٠، ٥]
فاوجد مستعيناً بخط الأعداد

١ س ∩ ص
٢ س ∪ ص
٣ س - ص
٤ ص - س
٥ سَ
٦ صَ

الوحدة الأولى

٥ العمليات على الأعداد الحقيقية

ملاحظات

١ العنصر المحايد الجمعي في ح هو الصفر

٢ العنصر المحايد الضربي في ح هو الواحد

٣ علشان نجيب المعكوس الجمعي نغير الإشارة

٤ علشان نجيب المعكوس الضربي نقلب الكسر

الفكرة الأولى: مسائل سهلة

مثال ١ أوجد ناتج

١ $2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

٢ $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

٣ $7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

٤ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3\times3} = \sqrt{9} = 3$

٥ $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

٦ $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$

٧ $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

٨ $2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{6}$

٩ $\frac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 4\sqrt{\frac{6}{3}} = 4\sqrt{2}$

١٠ $\frac{15\sqrt{10}}{5\sqrt{5}} = 3\sqrt{2}$

مثال ٢ أوجد المعكوس الجمعي لكل من

١ $\sqrt{3} \Leftarrow -\sqrt{3}$

٢ $-\sqrt{5} \Leftarrow \sqrt{5}$

٣ $1+\sqrt{2} \Leftarrow -1-\sqrt{2}$

٤ $-3-\sqrt{7} \Leftarrow 3+\sqrt{7}$

٥ $-2+\sqrt{8} \Leftarrow 2-\sqrt{8}$

٦ $5-\sqrt{3} \Leftarrow -5+\sqrt{3} = \sqrt{3}-5$

الفكرة الثانية: سهلة كمان

مثال ٣ اكتب بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

١ $\frac{9}{\sqrt{3}} \Leftarrow \frac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

٢ $\frac{6}{\sqrt{2}} \Leftarrow \frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

(٣) $\frac{3}{\sqrt{7}} \Leftarrow \frac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

(٤) $\frac{-5}{2\sqrt{5}} \Leftarrow \frac{-5\times\sqrt{5}}{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{-5\sqrt{5}}{2\times5}=\frac{-\sqrt{5}}{2}$

مثال ٤ أوجد المعكوس الضربي

بقلب الكسر

(١) $\frac{2}{\sqrt{3}} \Leftarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$

(٢) $\frac{1}{\sqrt{5}} \Leftarrow \frac{\sqrt{5}}{1}=\sqrt{5}$

(٣) $\frac{-3}{\sqrt{2}} \Leftarrow \frac{\sqrt{2}}{-3}=-\frac{\sqrt{2}}{3}$

(٤) $\frac{\sqrt{6}}{2} \Leftarrow \frac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

(٥) $\frac{\sqrt{5}}{10} \Leftarrow \frac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$

مثال ٥ إذا كانت س = $5\sqrt{3}-2$

وص = $5\sqrt{3}+2$

فأوجد قيمة (١) س + ص

(٢) س − ص

(٣) س² + ٢ س ص + ص²

الحل

(١) س + ص = $5\sqrt{3}-2+5\sqrt{3}+2$

$= 5\sqrt{3}+5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

(٢) س − ص = $5\sqrt{3}-2-(5\sqrt{3}+2)$

$=5\sqrt{3}-2-5\sqrt{3}-2$

$=-2-2=-4$

(٣) س² + ٢ س ص + ص² = (س + ص)²

$=(10\sqrt{3})^2=100\times3=300$

مثال ٦ إذا كانت س = $2\sqrt{5}+1$

ص = $2\sqrt{5}-1$

فأوجد (١) س + ص

(٢) س − ص

(٣) س² + ٢ س ص + ص²

(٤) س² − ٢ س ص + ص²

الحل

(١) س + ص = $2\sqrt{5}+1+2\sqrt{5}-1=4\sqrt{5}$

(٢) س − ص = $2\sqrt{5}+1-(2\sqrt{5}-1)$

$=2\sqrt{5}+1-2\sqrt{5}+1=2$

(٣) س² + ٢ س ص + ص² = (س + ص)²

$=(4\sqrt{5})^2=16\times5=80$

(٤) س² − ٢ س ص + ص² = (س − ص)²

$=(2)^2=4$

ملحوظة مهمة جداً

① $(س + ص)(س - ص) = س^٢ - ص^٢$

② $(س + ص)^٢ = س^٢ + ٢ س ص + ص^٢$

③ $(س - ص)^٢ = س^٢ - ٢ س ص + ص^٢$

مثال ٧ أوجد فى أبسط صورة

① $٢(\sqrt{٣} - \sqrt{٧}) = ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٧}$

② $٣(\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٣}) = ٣\sqrt{٢} + ١٥\sqrt{٣}$

③ $\sqrt{٢}(٣ + \sqrt{٥}) = ٣\sqrt{٢} + \sqrt{١٠}$

④ $-\sqrt{٣}(-٥ - \sqrt{٣}) = ٥\sqrt{٣} + ٣$

⑤ $(٢\sqrt{٣})^٢ = (٢)^٢ \times (\sqrt{٣})^٢ = ٢ \times ٣ = ٦$

⑥ $(٢\sqrt[٣]{٥})^٣ = (٢)^٣ \times (\sqrt[٣]{٥})^٣ = ٨ \times ٥ = ٤٠$

⑦ $\frac{\sqrt{٢} + ٣}{\sqrt{٢}} \Leftarrow \frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{٢ + ٣\sqrt{٢}}{٢}$

الواجب

① أكمل

① $٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٣} =$

② $٣\sqrt{٧} - \sqrt{٧} =$.

③ الصفر المحايد الجمعى فى ع هو ....

④ الصفر المحايد الضربى فى ع هو ....

⑤ المعكوس الجمعى $\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$ هو ....

⑥ المعكوس الضربى $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ هو ....

⑦ $(٢\sqrt{٥})^٢ =$ ....

⑧ $(٢\sqrt[٣]{٣})^٣ =$ ....

② اختصر

① $٢\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٢} + \sqrt{٧} + ٥\sqrt{٧}$

② $٢\sqrt{٣} + ٥ + \sqrt{٣} - ٦$

③ $\sqrt{٣} \times \sqrt{٥}$

④ $\sqrt{٧}(\sqrt{٧} + ٢)$

⑤ $\sqrt{٥}(٣ - \sqrt{٥})$

⑥ $(\sqrt{٢} + ١)(\sqrt{٢} - ١)$

③ اجعل المقام عدداً صحيحاً

① $\frac{٥}{\sqrt{١٠}}$

② $\frac{٨}{\sqrt{٢}}$

③ $\frac{-٦}{\sqrt{٣}}$

④ $\frac{٢٥}{٢\sqrt{١٠}}$

الوحدة الأولى

٦ العمليات على الجذور التربيعية

لاحظ أن

١) $\sqrt{8} = \sqrt{2\times4} = 2\sqrt{2}$

٢) $\sqrt{12} = \sqrt{3\times4} = 2\sqrt{3}$

٣) $\sqrt{20} = \sqrt{4\times5} = 2\sqrt{5}$

٤) $\sqrt{45} = \sqrt{5\times9} = 3\sqrt{5}$

٥) $\sqrt{48} = \sqrt{3\times16} = 4\sqrt{3}$

٦) $\sqrt{28} = \sqrt{4\times7} = 2\sqrt{7}$

٧) $\sqrt{27} = \sqrt{3\times9} = 3\sqrt{3}$

٨) $\sqrt{75} = \sqrt{3\times25} = 5\sqrt{3}$

٩) $\sqrt{40} = \sqrt{4\times10} = 2\sqrt{10}$

١٠) $\sqrt{54} = \sqrt{6\times9} = 3\sqrt{6}$

مثال ١ اختصر لأبسط صورة.

١) $\sqrt{45} - 2\sqrt{20} + 2\sqrt{5}$

الحل

$\sqrt{9\times5} - 2\sqrt{5\times4} + 2\sqrt{5}$

$3\sqrt{5} - 2\times2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$(3\sqrt{5}+2\sqrt{5}) - (4\sqrt{5}) = \sqrt{5}$

٢) $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{3}$

الحل

$\sqrt{3\times25} - 2\sqrt{3\times4} + 3\sqrt{3}$

$5\sqrt{3} - (2\times2)\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

٣) $2\sqrt{5} + 4\sqrt{20} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$

الحل

$2\sqrt{5} + 4\sqrt{4\times5} - \sqrt{(5)^2\times\frac{1}{5}}$

$2\sqrt{5} + 4\times2\sqrt{5} - \sqrt{\frac{25}{5}}$

$2\sqrt{5} + 8\sqrt{5} - \sqrt{5} = 10\sqrt{5} - \sqrt{5}$

$= 9\sqrt{5}$

٤) $\sqrt{32} - \sqrt{50} + 6\sqrt{\frac{1}{2}}$

الحل

$\sqrt{2\times16} - \sqrt{2\times25} + 2\times3\sqrt{\frac{1}{2}}$

$4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{\frac{(2)^2}{2}}$

$4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$

حد فاهم حاجة ؟

⑤ $2\sqrt{27} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - 6\sqrt{\frac{1}{3}}$

الحل

$2\sqrt{9\times3} - \sqrt{(3)^2\times\frac{1}{3}} - 2\times3\sqrt{\frac{1}{3}}$

$(2\times3)\sqrt{3} - \sqrt{3} - 2\sqrt{\frac{(3)^2}{3}}$

$6\sqrt{3} - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}$

مثال ٢: أوجد ناتج

① $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

الحل

تذكر أن (س − ص)(س + ص) = س² − ص²

$= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$

② $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$

الحل

تذكر أن (س + ص)² = س² + ٢ س ص + ص²

$= (\sqrt{2})^2 + 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$

$2 + 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3} + 6$

$2 + 2\times2\sqrt{3} + 6$

$2 + 4\sqrt{3} + 6 = 8 + 4\sqrt{3}$

الواجب

① اختصر لأبسط صورة

1. $\sqrt{18} + \sqrt{50}$
2. $\sqrt{20} - \sqrt{45}$
3. $3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$
4. $2\sqrt{5} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{12} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$
5. $\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}$
6. $2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$
7. $2\sqrt{18} \times 3\sqrt{2}$
8. $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
9. $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

② أكمل

1. $\sqrt{75} =$ ---
2. $\frac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} =$ ---
3. إذا كانت س² = ٥ فإن س = ---
4. $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{20}$ ، $\sqrt{45}$ ، $\sqrt{80}$ ، ---- بنفس النمط

اللى هيحل الواجب له جائزة قيمة!

الوحدة الأولى

٧ العددان المترافقان

العدد ⟸ المرافق

$\sqrt{5}+\sqrt{2} \Leftarrow \sqrt{5}-\sqrt{2}$

$\sqrt{7}-\sqrt{3} \Leftarrow \sqrt{7}+\sqrt{3}$

$\sqrt{3}-\sqrt{2} \Leftarrow \sqrt{3}+\sqrt{2}$

ملحوظة

١ مجموع العددين المترافقين = ٢ × الحد الأول

٢ حاصل ضرب العددين المترافقين
(الحد الأول)^2 − (الحد الثاني)^2

العدد	مرافقه	مجموعهم	حاصل ضربهم
$\sqrt{3}+\sqrt{2}$	$\sqrt{3}-\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	$(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$
$\sqrt{5}-\sqrt{3}$	$\sqrt{5}+\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$	$5-3=2$
$\sqrt{7}-3$	$\sqrt{7}+3$	$2\sqrt{7}$	$(\sqrt{7})^2-(3)^2=7-9=-2$

مثال ١ اختصر لأبسط صورة

$(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

١ $(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})$

الحل

$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2})^2=7-2=5$

٢ $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$

الحل

$(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$

$=4\times3-5=12-5=7$

مثال ٢ اكتب في أبسط صورة

١ $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

الحل

بالضرب × مرافقه للمقام $(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

$=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(7-3)}$

$=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}=\sqrt{7}+\sqrt{3}$

٢ $\frac{12}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

الحل

$=\frac{12(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}=\frac{12(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2}$

$$\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{6})\,\cancel{12}^{\,3}}{\cancel{4}} = 3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

مثال ٤

إذا كانت $س = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ، $ص = \sqrt{5}-\sqrt{3}$ فأثبت أن س ، ص عددان مترافقان ثم أوجد قيمة $س^2 + 2س ص + ص^2$

الحل

$$س = \frac{2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}\times\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$س = \frac{\cancel{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\cancel{2}} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$$

$\because$ $ص = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

$\therefore$ س ، ص عددان مترافقان

المقدار

$$س^2 + 2س ص + ص^2 = (س + ص)^2$$

$$= (\sqrt{5}-\cancel{\sqrt{3}}+\sqrt{5}+\cancel{\sqrt{3}})^2$$

$$= (2\sqrt{5})^2 = 4\times 5 = 20$$

تدريب

إذا كانت $س = \frac{4}{3+\sqrt{5}}$ ، $ص = 3+\sqrt{5}$

فأثبت أن س ، ص مترافقان ثم أوجد $س^2 + 2س ص + ص^2$

الواجب

١ إذا كانت $س = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ ، $ص = \sqrt{7}-\sqrt{3}$ اثبت أن س ، ص عددان مترافقان ثم أوجد قيمة $س^2 + 2س ص + ص^2$

٢ اجعل المقام عدداً نسبياً

(١) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ (٢) $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

٣ أكمل

(١) العدد $3+\sqrt{2}$ مرافقه ...... وحاصل ضربهما ......

(٢) مرافق العدد $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ هو ......

(٣) المعكوس الضربي للعدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ فى أبسط صورة هو

(٤) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2}) =$ ......

(٥) $(\sqrt{8}-3)(\sqrt{8}+3) =$ ......

(٦) $(5-2\sqrt{3})(5+2\sqrt{3}) =$ ......

(٧) $(\sqrt{7}-\sqrt{3})+(\sqrt{7}+\sqrt{3}) =$ ......

(٨) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{3}) =$ ......

٨ العمليات على الجذور التكعيبية

الوحدة الأولى

لاحظ أنه

$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2\times 8} = 2\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3\times 8} = 2\sqrt[3]{3}$

$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2\times 27} = 3\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3\times 27} = 3\sqrt[3]{3}$

تذكر أنه

$\sqrt{1} = 1$ ، $\sqrt[3]{1} = 1$

$\sqrt{4} = 2$ ، $\sqrt[3]{8} = 2$

$\sqrt{9} = 3$ ، $\sqrt[3]{27} = 3$

$\sqrt{16} = 4$ ، $\sqrt[3]{64} = 4$

$\sqrt{25} = 5$ ، $\sqrt[3]{125} = 5$

$\sqrt{100} = 10$ ، $\sqrt[3]{1000} = 10$

مثال ١ اختصر لابسط صورة

(١) $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81}$

الحل

$\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3\times 8} - \sqrt[3]{3\times 27}$

$\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3}$

$= 3\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} = $ صفر

(٢) $\sqrt[3]{32} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}} - \left(\sqrt[3]{-2}\right)^2$

الحل

$\sqrt[3]{4\times 8} + \sqrt[3]{(2)^3\times\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{(-2)^2}$

$2\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4}$

$= 3\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$

(٣) $\sqrt[3]{54} + 6\sqrt[3]{16} - 6\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

الحل

$\sqrt[3]{2\times 27} + 6\sqrt[3]{2\times 8} - 3\times 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

$3\sqrt[3]{2} + (6\times 2)\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{\frac{(2)^3}{4}}$

$3\sqrt[3]{2} + 12\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2}$

$= 15\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} = 12\sqrt[3]{2}$

الواجب

اختصر

(١) $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54}$

(٢) $\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 5\sqrt[3]{16}$

(٣) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 7\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16}$

(٤) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{-2}$

الوحدة الأولى

٩ تطبيقات على الأعداد الحقيقية

أولاً الدائرة

محيط الدائرة = ٢ π نق وحدة طول

مساحة الدائرة = π نق² وحدة مربعة

مثال ١ دائرة طول قطرها = ٢٠ سم أوجد محيطها ومساحتها (π = ٣٫١٤)

الحل

∵ طول القطر = ٢٠ ∴ نق = ١٠ سم

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣٫١٤ × ١٠

= ٦٢٫٨ سم

مساحة الدائرة = π نق² = ٣٫١٤ × (١٠)²

= ٣١٤ سم²

مثال ٢ دائرة مساحتها ٦٤ π سم² أوجد نق ثم أوجد محيطها (π = ٣٫١٤)

الحل

∵ مساحة الدائرة = π نق²

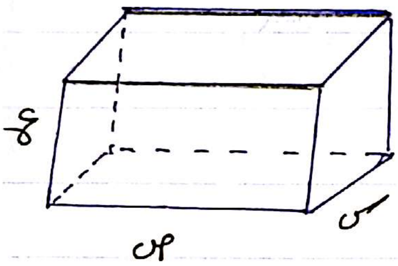
∴ π نق² = ٦٤ π

∵ نق² = ٦٤ ∴ نق = √٦٤ = ٨

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣٫١٤ × ٨ = ٥٠٫٢٤ سم

ثانياً متوازي المستطيلات

هو مجسم له ستة أوجه على شكل مستطيلات وكل وجهين متقابلين متطابقين



١ المساحة الجانبية

= محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢(س + ص) × ع سم²

٢ المساحة الكلية

= المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

= ٢(س ص + ص ع + س ع) سم²

٣ الحجم

= مساحة القاعدة × الارتفاع

= س × ص × ع سم³

مثال ٣ متوازي مستطيلات أبعاده ٢ ، ٣ ، ٥ سم أوجد

١ المساحة الكلية   ٢ الحجم

الحل

١ المساحة الكلية =

$[(٥ \times ٢) + (٥ \times ٣) + (٣ \times ٢)] \times ٢$

$[١٠ + ١٥ + ٦] \times ٢$

$= ٢ \times ٣١ = ٦٢$ سم²

٢ الحجم =

$٢ \times ٣ \times ٥ = ٣٠$ سم³

مثال ٤ متوازي مستطيلات ابعاده ٣، ٤، ٥ سم

احسب

١ المساحة الكلية ٢ الحجم

الحل

المساحة الكلية $= ٢ [(٣ \times ٥) + (٤ \times ٥) + (٣ \times ٤)]$

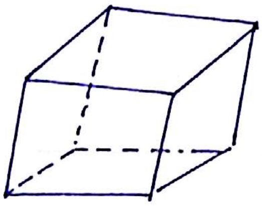
$= ٢ [١٥ + ٢٠ + ١٢]$

$= ٢ [٤٧] = ٩٤$ سم²

الحجم $= ٣ \times ٤ \times ٥ = ٦٠$ سم³

من قال سبحان الله وبحمده غرست له نخلة في الجنة

ثالثاً المكعب



هو مجسم له ستة أوجه على شكل مربع

أو

هو متوازي مستطيلات أطوال احرفه متساوية

١ مساحة الوجه الواحد = ل²

٢ المساحة الجانبية = ٤ ل²

٣ المساحة الكلية = ٦ ل²

٤ الحجم = ل³

مثال ٥ مكعب طول حرفه = ٢ سم

احسب

١ مساحته الجانبية ٢ الكلية

٣ الحجم

الحل

* المساحة الجانبية = ٤ ل²

$= ٤ \times (٢)^2 = ٤ \times ٤ = ١٦$ سم²

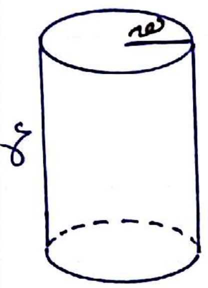
* المساحة الكلية = ٦ ل²

$= ٦ \times (٢)^2 = ٦ \times ٤ = ٢٤$ سم²

* الحجم = ل³ $= (٢)^3 = ٨$ سم³

رابعاً الاسطوانة الدائرية القائمة

هى مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما على شكل دائرة.



١ المساحة الجانبية

= محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ π نق ع

٢ المساحة الكلية

المساحة الجانبية + القاعدتين

= ٢ π نق ع + ٢ π نق²

٣ الحجم

= مساحة القاعدة × الارتفاع

= π نق² ع

مثال ٦ اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وحجمها ١٥٤٠ سم³ أوجد مساحتها الكلية (π = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل

∵ حجم الاسطوانة = π نق² ع ، ع = ١٠

∴ π نق² ع = ١٥٤٠

١٥٤٠ = ١٠ × نق² × $\frac{٢٢}{٧}$

١٥٤٠ = نق² × $\frac{٢٢٠}{٧}$

∴ نق² = ١٥٤٠ × $\frac{٧}{٢٢٠}$ = ٤٩

∴ نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ سم

∴ المساحة الكلية

= ٢ π نق ع + ٢ π نق²

= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ × ١٠ + ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × (٧)²

= ٤٤٠ + ٤٤ × ٧

= ٤٤٠ + ٣٠٨ = ٧٤٨ سم²

مثال ٧ اسطوانة دائرية قائمة حجمها = ٣٥٢ سم³ وارتفاعها ٧ سم أوجد طول نصف قطر قاعدتها π = $\frac{٢٢}{٧}$

الحل

حجم الاسطوانة = π نق² ع = ٣٥٢

∴ $\frac{٢٢}{٧}$ × نق² × ٧ = ٣٥٢

٢٢ نق² = ٣٥٢

∴ نق² = $\frac{٣٥٢}{٢٢}$ = ١٦

∴ نق = $\sqrt{١٦}$ = ٤ سم

مثال ٨ أيهما أكبر حجماً مكعب طول حرفه ١٥ سم أم اسطوانة دائرية قائمة طول قطر قاعدتها ١٤ سم وارتفاعها ٢٠ سم؟ π = $\frac{٢٢}{٧}$

الحل

حجم المكعب = ل³ = (١٥)³ = ٣٣٧٥ سم³

حجم الاسطوانة = π نق^2 ع

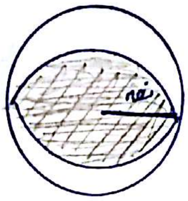
ع = ٢٠ سم   نق = $\frac{١٤}{٢}$ = ٧ سم

∴ π نق^2 ع = $\frac{٢٢}{٧} \times (٧)^2 \times ٢٠$

= ٣٠٨٠ سم^3

∴ حجم المكعب أكبر من حجم الاسطوانة

خواص الكرة



١ مساحة سطح الكرة

= ٤ π نق^2

٢ حجم الكرة

= $\frac{٤}{٣}$ π نق^3

مثال ٩ كرة طول نصف قطرها ١٠ سم أوجد مساحة سطحها وحجمها (π = ٣,١٤)

الحل

مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^2

= ٤ × ٣,١٤ × (١٠)^2 = ١٢٥٦ سم^2

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^3

= $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤ × (١٠)^3 ≅ ٤١٨٧ سم^3

مثال كرة حجمها $\frac{٥٠٠}{٣}$ π سم^3 أوجد طول قطرها

الحل

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^3

∴ $\frac{٤}{٣}$ π نق^3 = $\frac{٥٠٠}{٣}$ π

نق^3 = $\frac{٥٠٠}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ = $\frac{٥٠٠}{٤}$

∴ نق^3 = ١٢٥

∴ نق = $\sqrt[3]{١٢٥}$ = ٥ سم

∴ طول القطر = ١٠ سم

اضحك مع أبو أدهم

واحد عنده قط كل ما يرميه بعيد يرجع

رماه عند الجامع رجع

رماه عند المطعم رجع

رماه عند البحر رجع

الراجل اتعصب وقرر يرميه في الصحرا

وداه وسط الصحرا وسابه

وبعد ساعتين اتصل على مراته قالها القط رجع

قالتله: ايوه رجع من ساعتين وقاعد منتظرك

قالها: اديه التليفون يوصفلي الطريق

ربنا ياخده

الواجب

(١) متوازي مستطيلات أبعاده ٣ ، ٥ ، ٦
احسب مساحته الكلية وحجمه

(٢) مكعب طول حرفه ٥ سم
احسب مساحته الجانبية - مساحته الكلية
حجمه

(٣) أيهما أكبر حجماً متوازي مستطيلات
أبعاده ٣ ، ٤سم ، ٥سم
أم مكعب طول حرفه ٣ سم

(٤) أيهما أكبر حجماً مكعب مساحته الكلية
٢٩٤ سم^٢ أم متوازي مستطيلات
أبعاده ٧سم ، ٥سم ، ٥ سم

(٥) دائرة طول نصف قطرها ٧ سم
أوجد محيطها ومساحتها ($\pi = \frac{22}{7}$)

(٦) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف
قطر قاعدتها ٧ سم وارتفاعها ٦ سم
احسب مساحتها الجانبية - الكلية
حجمها

(٧) أيهما أكبر حجماً أسطوانة دائرية
قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧سم
وارتفاعها ١٠ سم أم مكعب طول حرفه ١١سم

(٨) كرة طول قطرها ١٤ سم احسب مساحتها
وحجمها ($\pi = \frac{22}{7}$)

(٩) كرة حجمها ٤١٨٨ سم^٣ أوجد
طول نصف قطرها ($\pi = ٣٫١٤١$)

اضحك محدش واخد منها حاجة

ليه كلمة (خمسة) من أربع حروف
ليه كلمة (اربعة) من خمس حروف
ليه كلمة (مع بعض) متفرقة
وكلمة (متفرقة) مع بعض
ليه (الكلمة واحدة) من كلمتين
وليه (كلمتين) من كلمة واحدة

يا سلام عليك يا مستر لما تبقى رايق

الوحدة الأولى

١٠

حل معادلات ومتباينات الدرجة الأولى فى ح

مثال أوجد م.ح فى ح ثم مثل الحل على خط الأعداد

(١) √٢ س + ٣ = ٥

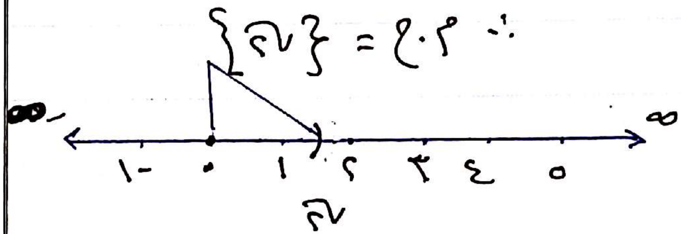
الحل

√٢ س = ٥ − ٣

√٢ س = ٢ ÷ √٢

س = ٢/√٢ × √٢/√٢ = ٢√٢/٢ = √٢

∴ م.ح = {√٢}



(٢) √٧ س − ٢ = ٥

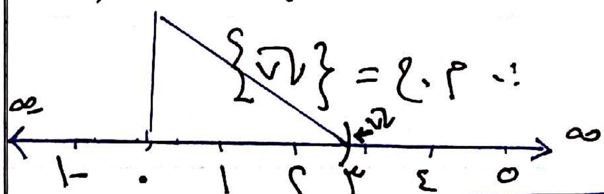
الحل

√٧ س = ٥ + ٢

√٧ س = ٧ ÷ √٧

س = ٧/√٧ × √٧/√٧ = ٧√٧/٧ = √٧

∴ م.ح = {√٧}



حل انت

(١) √٣ س − ١ = ٢

(٢) س − √٥ = ١

(٣) √٥ س − ١ = ٤

مثال أوجد فى ح مجموعة حل كلاً من المتباينات التاليه ومثل الحل على خط الأعداد

(١) ٢س − ٥ ≥ ٣

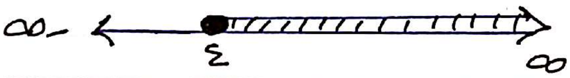
الحل

٢س ≥ ٣ + ٥

٢س ≥ ٨ ÷ ٢

س ≥ ٤

∴ م.ح = [٤ ، ∞[



(٢) ٥ − ٤س > −٣

الحل

−٤س > −٣ − ٥

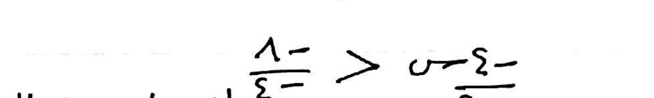
−٤س > −٨ ÷ −٤

−٤س/−٤ < −٨/−٤

عند القسمة على عامل سالب نغير اتجاه المتباينه

س < ٢

م.ح =]−∞ ، ٢[



٣) -٣ < ٢س - ١ ≤ ٥

الحل

بإضافة +١ لجميع الأطراف

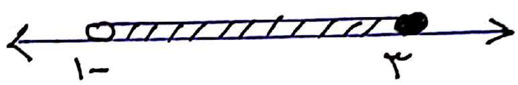
-٣ + ١ < ٢س - ١ + ١ ≤ ٥ + ١

-٢ < ٢س ≤ ٦ ÷٢

-٢/٢ < س ≤ ٦/٢

-١ < س ≤ ٣

∴ م.ح =]-١، ٣]



٤) ٥س - ٧ ≥ ٣س + ٣

الحل

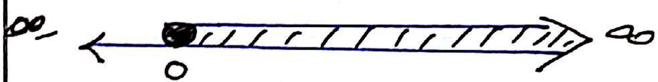
٥س - ٣س ≥ ٣ + ٧

٢س ≥ ١٠

∴ س ≥ ١٠/٢

∴ س ≥ ٥

∴ م.ح = [٥، ∞[



٥) س - ١ < ٣س - ٣ ≤ س + ٥

الحل

بإضافة -س لجميع الأطراف

س - س - ١ < ٣س - س - ٣ ≤ س - س + ٥

-١ < ٢س - ٣ ≤ ٥

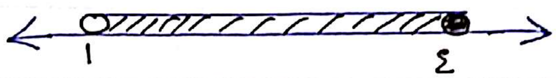
بإضافة +٣ لجميع الأطراف

-١ + ٣ < ٢س - ٣ + ٣ ≤ ٥ + ٣

٢/٢ < ٢س/٢ ≤ ٨/٢ ÷٢

١ < س ≤ ٤

∴ م.ح =]١، ٤]



الواجب

١) أوجد في ح مجموعة حل المعادلات والمتباينات التالية ومثلها على خط الأعداد

1. ٥س + ٦ = ١
2. √٢ س - ١ = ١
3. س + ٣ ≤ ٥
4. ٥ - س < ٢
5. ٣ - ٢س ≤ ٧
6. ٥س - ٣ < ٢س + ٩
7. ٧س - ١٢ ≥ ٥س - ٨
8. ٤س ≤ ٥س + ٢ ≤ ٤س + ٣
9. س - ١ ≤ ٣س - ١ < س + ١

العلاقة بين متغيرين

١ الوحدة الثانية

الفكرة الأولى

مثال ١ أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقات التالية

١) س + ص = ٢

الحل

في البداية حاول تخلص ص لوحدها في اليمين

ص = ٢ − س

عندما س = ٠ ∴ ص = ٢ − ٠ = ٢

الأول (٠ ، ٢)

عندما س = ١ ∴ ص = ٢ − ١ = ١

الثاني (١ ، ١)

عندما س = ٢ ∴ ص = ٢ − ٢ = ٠

الثالث (٢ ، ٠)

٢) ص − ٢س = ١

الحل

ص = ١ + ٢س

عندما س = ٠ ∴ ص = ١ + ٢×٠ = ١

(٠ ، ١)

عندما س = ١ ∴ ص = ١ + ٢×١ = ٣

(١ ، ٣)

عندما س = ٢ ∴ ص = ١ + ٢×٢ = ٥

(٢ ، ٥)

مثال ٢ بين أى من الأزواج المرتبة (٠ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (−٢ ، −٥) يحقق العلاقة ٢س − ص = ١

الحل

بوضع س = ٠ ، ص = ١

٢×٠ − ١ = ٠ − ١ = −١ ≠ ١

∴ (٠ ، ١) لا تحقق

بوضع س = ٥ ، ص = ٣

٢×٥ − ٣ = ١٠ − ٣ = ٧ ≠ ١

∴ (٥ ، ٣) لا تحقق

بوضع س = −٢ ، ص = −٥

(٢×−٢) − (−٥) = −٤ + ٥ = ١

∴ (−٢ ، −٥) يحقق المعادلة

مثال ٣ إذا كان (-٢ ، ١) يحقق العلاقة ٣س + ب ص = ١ فأوجد قيمة ب

الحل

بوضع س = -٢ ، ص = ١

(٣ × -٢) + (ب × ١) = ١

-٦ + ب = ١

ب = ١ + ٦ = ٧

∴ ب = ٧

مثال ٤ إذا كان (-٣ ، ٢) يحقق العلاقة ٣س + ب ص = ١ فأوجد قيمة ب

الحل

بوضع س = -٣ ، ص = ٢

(٣ × -٣) + (ب × ٢) = ١

-٩ + ٢ب = ١

٢ب = ١ + ٩

٢ب = ١٠ ÷ ٢

∴ ب = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ ∴ ب = ٥

مثال ٥ إذا كان (ك ، ٢ك) يحقق العلاقة س + ص = ٣٠ فأوجد قيمة ك

الحل

بوضع س = ك ، ص = ٢ك

∴ ك + ٢ك = ٣٠

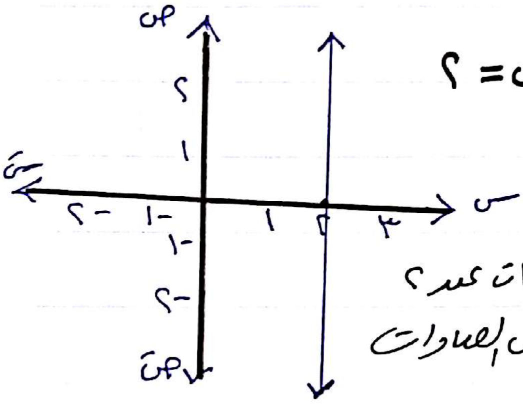
٣ك = ٣٠ ÷ ٣

∴ ك = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠ ∴ ك = ١٠

الفكرة الثانية
تمثيل العلاقة الخطية

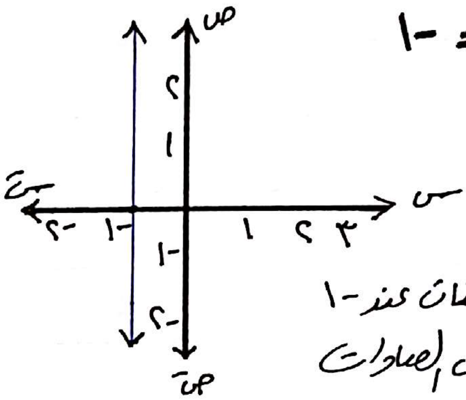
مثال ٦ مثل كلاً من العلاقات التالية

(١) س = ٢



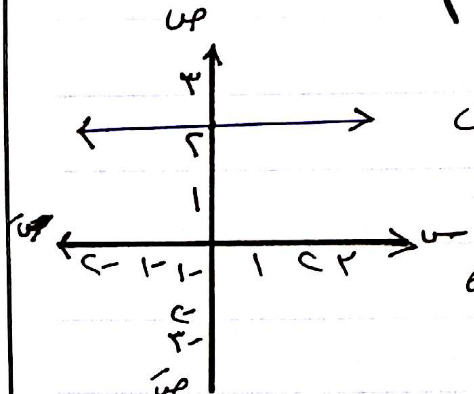
يقطع السينات عند ٢ ويوازي الصادات

(٢) س = -١



يقطع السينات عند -١ ويوازي الصادات

(٣) ص = ٢



يقطع الصادات عند ٢ ويوازي السينات

ملحوظة هامة

① س = ٠ يمثل محور الصادات

② ص = ٠ يمثل محور السينات

③ لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات
نضع ص = ٠

④ لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات
نضع س = ٠

مثال ٧: مثل العلاقات التالية

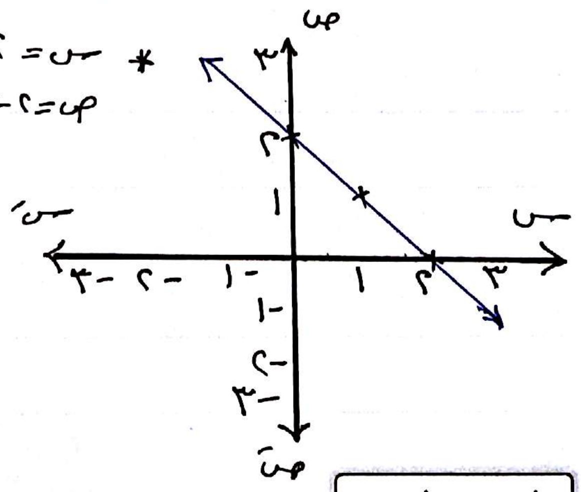
① س + ص = ٢

الحل

ص = ٢ − س

* س = ٠ ، ص = ٢ − ٠ = ٢
* س = ١ ، ص = ٢ − ١ = ١
* س = ٢ ، ص = ٢ − ٢ = ٠

س	٠	١	٢
ص	٢	١	٠



② ص = ٢س − ١

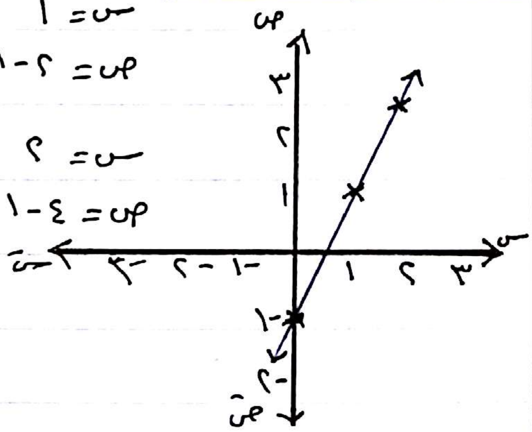
الحل

س = ٠
ص = ٠ − ١ = −١

س = ١
ص = ٢ − ١ = ١

س = ٢
ص = ٤ − ١ = ٣

س	٠	١	٢
ص	−١	١	٣



مثال ٨: ٢س + ٣ص = ٦
ثم أوجد مساحة المثلث المحدود بالمعادلة ومحوري الإحداثيات

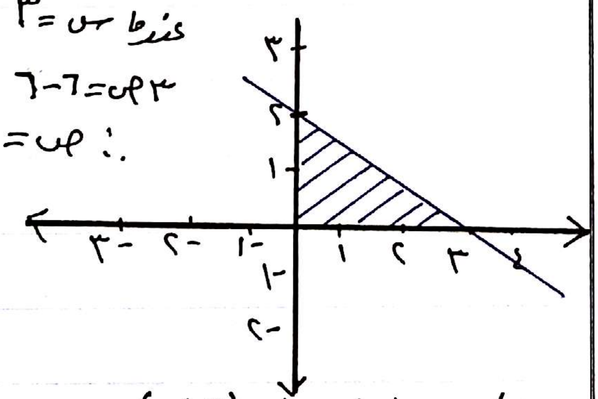
الحل

٣ص = ٦ − ٢س

عندما س = ٠
٣ص = ٦ ∴ ص = ٢

عندما س = ٣
٣ص = ٦ − ٦ = ٠
∴ ص = ٠

س	٠	٣
ص	٢	٠



يقطع محور السينات في (٣ ، ٠)
" " الصادات في (٠ ، ٢)

مساحة △ = ½ × ٣ × ٢ = ٣ وحدة مربعة

الواجب

١ اكمل

(١) $س = ٠$ يمثل ------

(٢) $ص = ٠$ يمثل ------

(٣) أكمل الأزواج المرتبة التي تحقق العلاقة

$ص = ٣س - ١$

(١، ...) (٠، ---) (٢، ---)

٢ أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق

(١) $ص = س + ١$

(٢) $ص = ٢س - ١$

(٣) $ص = ٣س - ٥$

(٤) $ص - ٢س = ١$

(٥) $ص - ٣ = س$

٣ إذا كان (٢، ٣) تحقق العلاقة

$٣س + ب ص = ٩$

فأوجد قيمة ب

٤ إذا كان (ك، ك) تحقق العلاقة

$س + ٢ص = ١٥$

فأوجد قيمة ك

٥ إذا كان (ك، -ك) تحقق العلاقة

$٢س + ص = ٥$

٦ مثل كلاً من العلاقات التالية

(١) $ص = س - ١$

(٢) $ص = ٢س + ٣$

(٣) $ص - س = ٢$

(٤) $٢س + ص = ٦$

(٥) $ص = ٢$

(٦) $س = ١$

(٧) $س = -٣$

(٨) $ص = -٥$

(٩) $س = ٠$

(١٠) $ص = ٠$

اضحك

واحدة وحشه بتقول لجوزها

يا راجل صلح شباك المطبخ

احسن جارنا يشوفني

قالها: شاغل ومش هيصلح

على حسابه

ميل الخط المستقيم

الوحدة الثانية ٢

ملاحظات

١ ميل الخط المستقيم = فروق الصادات / فروق السينات = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

٢ ميل الموازى لمحور السينات (أفقى) = صفر

٣ ميل الموازى لمحور الصادات (رأسى) = غير معرف

٤ ميل العمودى على محور الصادات يعنى موازى لمحور السينات = صفر

٥ ميل العمودى على محور السينات يعنى موازى لمحور الصادات = غير معرف

٦ إذا كان موازى لمحور السينات يبقى البسط = صفر

٧ إذا كان موازى لمحور الصادات يبقى المقام = صفر

الفكرة الأولى

مثال ١ أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقط التالية

١ $(١ ، ٢)$ ، $(٣ ، ٣)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٢}{٣ - ١} = \frac{١}{٢}$

٢ $(٣ ، ٢)$ ، $(٤ ، ٥)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - ٢}{٤ - ٣} = \frac{٣}{١} = ٣$

٣ $(١ ، ٣)$ ، $(٢ ، ١)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٣}{٢ - ١} = \frac{-٢}{١} = -٢$

٤ $(٢ ، ٣)$ ، $(٥ ، ٣)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٣}{٥ - ٢} = \frac{صفر}{٣} = صفر$

يعنى موازى لمحور السينات

(٢، ٥) (٢، ٧)

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٧ - ٥}{٢ - ٢} = \frac{٢}{صفر}$ = غير معرف

يعني موازي لمحور الصادات

الفكرة الثانية

مثال ٢ إذا كان ميل المستقيم (٢، ٥) (٣، ص) = ٤ فاوجد قيمة ص

الحل

∵ ميل المستقيم = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص - ٥}{٣ - ٢}$

$\frac{ص - ٥}{١}$ = ص − ٥ = ٤

∴ ص = ٤ + ٥ ∴ ص = ٩

مثال ٣ إذا كان (−٣، ٤)، (١، ص) ميله = ٢ فاوجد قيمة ص

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص - ٤}{١ - (-٣)}$

$\frac{ص - ٤}{١ + ٣} = \frac{ص - ٤}{٤} = ٢$

∴ ص − ٤ = (٢ × ٤)

ص − ٤ = ٨

∴ ص = ٨ + ٤

ص = ١٢

مثال ٤ اثبت ان النقط

أ (٢، ٣) ب (٤، ٢)

جـ (٨، ٠) تقع على استقامة واحدة

الحل

ميل $\overline{أب}$ (٢، ٣) (٤، ٢)

$= \frac{٢ - ٣}{٤ - ٢} = \frac{-١}{٢}$

ميل $\overline{بجـ}$ (٤، ٢) (٨، ٠)

$= \frac{٠ - ٢}{٨ - ٤} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

∵ ميل $\overline{أب}$ = ميل $\overline{بجـ}$

وهما مشتركتان في نقطة ب

∴ أ، ب، جـ تقع على استقامة واحدة.

مثال ٥ إذا كانت أ (٣، ٢) ، ب (٥، −١) ، جـ (١، ك) على استقامة واحدة فاوجد قيمة ك

الحل

ميل $\overline{أب}$ (٣، ٢) (٥، −١)

$= \frac{-١ - ٢}{٥ - ٣} = \frac{-٣}{٢}$

ميل $\overline{بجـ}$ (٥، −١) (١، ك)

$= \frac{ك - (-١)}{١ - ٥} = \frac{ك + ١}{-٤}$

∵ م ، ب ، جـ على استقامة واحدة

∴ ميل $\overline{مب}$ = ميل $\overline{بك}$

∴ $\frac{-٣}{٢} = \frac{ك+١}{-٤}$

٢(ك+١) = -٣ × -٤

٢ك + ٢ = ١٢

٢ك = ١٢ - ٢   ٢ك = ١٠

∴ ك = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥   ∴ ك = ٥

الواجب

١ أكمل

١) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...
٢) ميل // الموازى لمحور الصادات = ...
٣) ميل المستقيم الأفقى = ...
٤) ميل المستقيم الرأسى = ...
٥) ميل العمودى على محور السينات = ...
٦) // // // // الصادات = ...

٢ أوجد ميل $\overline{مب}$ حيث

١) م (١، ٢)   ب (٣، ٦)
٢) م (٢، ٥)   ب (١، ٤)
٣) م (-٢، ١)   ب (٣، -١)
٤) م (٥، ٢)   ب (٣، ٢)
٥) م (٢، ١)   ب (٢، ٤)

٣ إذا كان ميل $\overline{مب}$ = ٣
حيث م (١، ٣) ، ب (٢، ص) فأوجد قيمة ص

٤ أوجد قيمة ك التى تجعل (٣، ٤) (ك، ٢)
موازياً لمحور السينات .

٥ أوجد قيمة ك التى تجعل (ك، ١) (٥، ٧)
موازياً لمحور الصادات

على فكرة يا شباب

الموازى لمحور السينات بيكون الإحداثيات الصادية متساوية $ص_١ = ص_٢$

والموازى لمحور الصادات بيكون الإحداثيات السينية متساوية $س_١ = س_٢$

٦ اثبت أن م ، ب ، جـ على استقامة واحدة
م (٣، ٣) ب (١، ١) جـ (٢، ٢)

الوحدة الثالثة ١ جمع البيانات وتنظيمها

مثال ١ فيما يلي بيانات بالدرجات التي حصل عليها ٣٠ طالباً في أحد الاختبارات وكانت الدرجة النهائية من ٢٠ درجة

١٢	١٥	٨	١٣	١٦	١٧	٨	٩	٨	١٤
٢	٧	١٠	١٢	١٥	١٩	١١	١٣	٥	٧
٥	١٦	١٩	٤	٩	١٢	٣	١٣	١٧	٦

المطلوب: تكوين الجدول التكراري ذي المجموعات لهذه البيانات

الحل

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

= ١٩ - ٢ = ١٧

عدد المجموعات = ٦

طول المجموعة = $\frac{١٧}{٦} \simeq ٣$

المجموعة	العلامات الإحصائية	التكرار
٢-	///	٣
٥-	~~////~~	٥
٨-	~~////~~ /	٦
١١-	~~////~~ //	٧
١٤-	~~////~~	٥
١٧-	////	٤

نحذف عمود العلامات

المجموعة	٢-	٥-	٨-	١١-	١٤-	١٧-	المجموع
التكرار	٣	٥	٦	٧	٥	٤	٣٠

افهم الدرس ده كويس علشان ملوش أي لازمة

* من طلب العلا سهر الليالي وشد اللحاف وقال أنا مالي

* من نام واستراح ضمن النجاح ومن سهر الليالي عاد السنة تاني

* أوعوا تصدقوا الكلام ده

الوحدة الثالثة

٢ الجدول التكرارى الصاعد والنازل

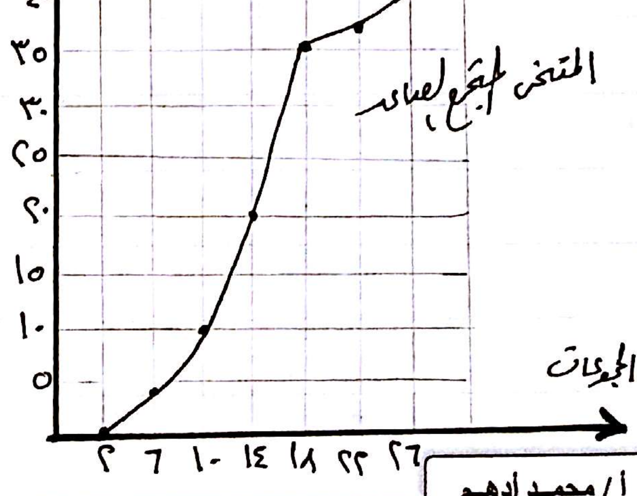
مثال ١ كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وارسم المنحنى المتجمع الصاعد

المجموعات	٢-	٦-	١٠-	١٤-	١٨-	٢٢-	المجموع
التكرار	٤	٦	١٠	١٥	٣	٢	٤٠

الحل

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	التكرار الصاعد
أقل من ٢	٠
أقل من ٦	٠+٤ = ٤
أقل من ١٠	٤+٦ = ١٠
أقل من ١٤	١٠ + ١٠ = ٢٠
أقل من ١٨	٢٠+١٥ = ٣٥
أقل من ٢٢	٣٥+٣ = ٣٨
أقل من ٢٦	٣٨+٢ = ٤٠

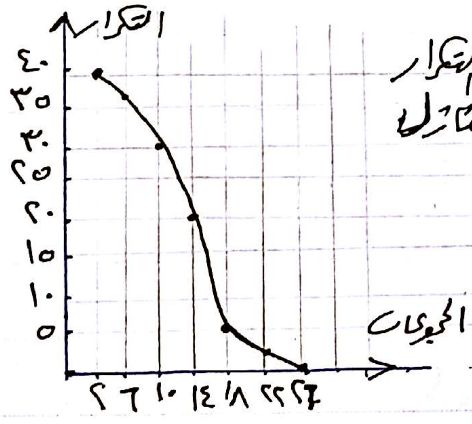


مثال ٢ من بيانات الجدول السابق كون الجدول التكرارى المتجمع النازل وارسم المنحنى المتجمع النازل

الحل

الجدول التكرارى المتجمع النازل

الحدود الدنيا للمجموعات	التكرار النازل
٢ فأكثر	٣٦+٤ = ٤٠
٦ فأكثر	٣٠+٦ = ٣٦
١٠ فأكثر	٢٠+١٠ = ٣٠
١٤ فأكثر	٥+١٥ = ٢٠
١٨ فأكثر	٢+٣ = ٥
٢٢ فأكثر	صفر+٢ = ٢
٢٦ فأكثر	صفر



واجب

الحدود	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-	المجموع
التكرار	٣	٧	١٦	٢٦	١٥	١٣	١١	٩	١٠٠

كون المتجمع الصاعد والنازل

الوحدة الثالثة ٣ — الوسط الحسابى

الوسط الحسابى = مجموع القيم ÷ عددهم

الفكرة الأولى: مباشرة

مثال ١: أوجد الوسط الحسابى لكل من

(١) ١ ، ٣ ، ٩ ، ٨ ، ٤

الحل

(١ + ٣ + ٩ + ٨ + ٤) ÷ ٥ = ٢٥ ÷ ٥ = ٥

(٢) ٢ − م ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٥ ، ٣ + م

الحل

(٢ − م + ٤ + ١ + ٥ + ٣ + م) ÷ ٥ = ١٥ ÷ ٥ = ٣

مثال ٢: إذا كان الوسط الحسابى لدرجات خمس طلاب هو ٢٠ فإن مجموع الدرجات = ...

الحل

الوسط الحسابى = مجموع الدرجات ÷ عددهم

مجموع الدرجات ÷ ٥ = ٢٠

∴ مجموع الدرجات = ٥ × ٢٠ = ١٠٠

مثال ٣: إذا كان الوسط الحسابى لدرجات عشرة تلاميذ هو ٧ فإن مجموع الدرجات = ...

الحل

الوسط الحسابى = مجموع الدرجات ÷ عددهم

مجموع الدرجات ÷ ١٠ = ٧

∴ مجموع الدرجات = ٧ × ١٠ = ٧٠

مثال ٤: مركز المجموعة = (الحد الأدنى + الحد الأعلى) ÷ ٢

(١) المجموعة من ٨ الى ١٤ مركزها = ...

(٨ + ١٤) ÷ ٢ = ٢٢ ÷ ٢ = ١١

(٢) إذا كان الحد الأدنى ٤ والمركز ٩ فإن الحد الأعلى = ...

المركز = (الحد الأدنى + الحد الأعلى) ÷ ٢

٩ = (٤ + الحد الأعلى) ÷ ٢

٤ + الحد الأعلى = ١٨

∴ الحد الأعلى = ١٨ − ٤ = ١٤

الفكرة الثانية: الوسط الحسابي للمجموعات

مثال أوجد الوسط الحسابي لدرجات ٥٠ تلميذ

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٤	٩	٧	٥٠

الحل

مركز المجموعة الأولى $= \frac{١٠+٢٠}{٢} = ١٥$

الثانية $= \frac{٢٠+٣٠}{٢} = ٢٥$

وهكذا

المجموعة	مركز المجموعة (م)	التكرار ك	(م × ك)
١٠-	$\frac{١٠+٢٠}{٢} = ١٥$	٨	١٥ × ٨ = ١٢٠
٢٠-	٢٥	١٢	٢٥ × ١٢ = ٣٠٠
٣٠-	٣٥	١٤	٣٥ × ١٤ = ٤٩٠
٤٠-	٤٥	٩	٤٥ × ٩ = ٤٠٥
٥٠-	٥٥	٧	٥٥ × ٧ = ٣٨٥
المجموع		٥٠	١٧٠٠

الوسط الحسابي $= \frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{١٧٠٠}{٥٠}$

= ٣٤ درجة

مثال ٦ حتة أكل صغيرة

إذا كان الوسط الحسابي لتوزيع تكراري هو ٢٩,٤ ومجموع التكرارات ١٠٠ فإن مجموع (م × ك) = ...

∵ الوسط الحسابي $= \frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}}$

$\frac{\text{مجموع (م × ك)}}{١٠٠} = ٢٩,٤$

∴ مجموع (م × ك) = ١٠٠ × ٢٩,٤

= ٢٩٤٠

الواجب

١ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	٥-	١٠-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	١٨		٥٠

٢ فيما يلي توزيع تكراري لـ ٣٠ طفلاً

وزن الطفل	٦-	١٠-	١٤-	١٨-	٢٢-	٢٦-	٣٠-	المجموع
التكرار	٢	٣	....	٨	٦	٤	٢	٣٠

اكمل الجدول ثم أوجد الوسط الحسابي

الوسيط

الوحدة الثالثة ④

كيفية إيجاد الوسيط

١) ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً

٢) إذا كان عدد القيم فردي نأخذ اللي في المنتصف

٣) إذا كان عدد القيم زوجي

$$\frac{\text{العددين اللي في المنتصف}}{٢}$$

مثال ١: أوجد الوسيط لكل مجموعة

١) ١ ، ٣ ، ٢ ، ٥ ، ٧

الحل

نرتبهم: ١ ، ٢ ، (٣) ، ٥ ، ٧

الوسيط = ٣

٢) ٧ ، ٢٠ ، ٥ ، ١٢ ، ٣

الحل

نرتبهم: ٣ ، ٥ ، (٧) ، ١٢ ، ٢٠

الوسيط = ٧

٣) ١ ، ٨ ، ٤ ، ٩ ، ٣ ، ٦

الحل

نرتبهم: ١ ، ٣ ، [٤ ، ٦] ، ٨ ، ٩

$$\frac{٤+٦}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

٤) أوجد ترتيب الوسيط

١ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٧ ، ١٩ ، ١١

الحل

بعد الترتيب

١ ، ٣ ، ٤ ، [٥] ، ٧ ، ١١ ، ١٩

ترتيب الوسيط هو الرابع

٥) أوجد ترتيب الوسيط

٨ ، ١ ، ٣ ، ١٢ ، ٩

الحل

بعد الترتيب: ١ ، ٣ ، [٨] ، ٩ ، ١٢

ترتيب الوسيط هو الثالث

٦) إذا كان ترتيب الوسيط الرابع

فإن عدد القيم = (٢ × ٤) + ١ = ٩

٧) إذا كان ترتيب الوسيط السادس

فإن عدد القيم = (٢ × ٦) + ١ = ١٣

٨ إذا كان عدد القيم ٩ فإن ترتيب

الوسيط = $\frac{٩+١}{٢}$ = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ الخامس

٤ ① ٤ = ٩

٩ إذا كان عدد القيم ٧ فإن ترتيب

الوسيط = $\frac{٧+١}{٢}$ = ٤ الرابع

٣ ① ٣

ملحوظة هامة

نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والنازل تقسيم على المحور الأفقي (المجموعات) قيمة الوسيط وتقسيم على المحور الرأسي (التكرار) ترتيب الوسيط

يعني الرأسي ترتيب الوسيط

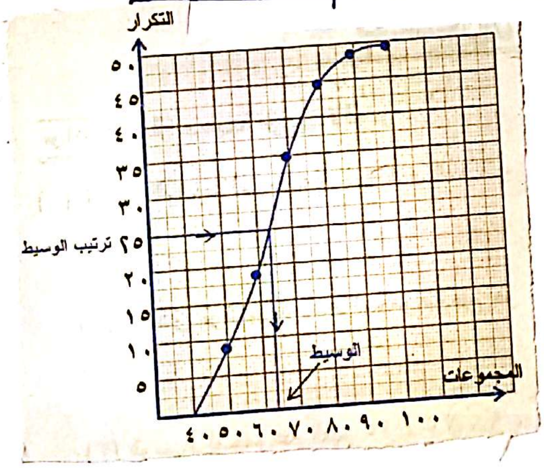
والأفقي قيمة الوسيط

مثال ٢ من الجدول التالي احسب الوسيط بيانياً.

المجموعات	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-	المجموع
التكرار	٨	١١	١٦	١٠	٤	١	٥٠

الحل

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٤٠	صفر
أقل من ٥٠	٠+٨ = ٨
أقل من ٦٠	٨+١١ = ١٩
٧٠ ″	١٩+١٦ = ٣٥
٨٠ ″	٣٥+١٠ = ٤٥
٩٠ ″	٤٥+٤ = ٤٩
١٠٠ ″	٤٩+١ = ٥٠



ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

من الرسم قيمة الوسيط هي ٦٤

الواجب

١ الوسيط (٣، ١، ٢، ١١، ٥) هو ----

٢ ترتيب الوسيط (١، ٢، ٣، ٥، ٦، ٧) هو ----

٣ إذا كان ترتيب الوسيط ٥ فإن عدد القيم ----

٤ إذا كان عدد القيم ٥ فإن ترتيب الوسيط ----

٥ نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والنازل على الرأسي ---- وعلى الأفقي ----

المنوال

الوحدة الثالثة ٥

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) بين القيم.

مثال ١ الحل

١) المنوال لمجموعة القيم ١، ٣، ٤، ٥، ٤ هو ٤

٢) ٢، ٣، ٥، ٣، ٥، ٣ هو ٣

٣) إذا كان المنوال (٥، ٧، ٣، ك، ٤) هو ٧ فإن ك = ٧

٤) إذا كان المنوال لـ (١، ٢، ك، ٥، ٣) هو ٣ فإن ك = ٣

٥) إذا كان المنوال (٣، ٢، ١، ك-١، ٤) هو ٤ فإن ك = ...

ك - ١ = ٤ ∴ ك = ٤ + ١ = ٥

٦) إذا كان المنوال (٢، ١، ٤، ٣ك، ٦) هو ٦ فإن ك = ...

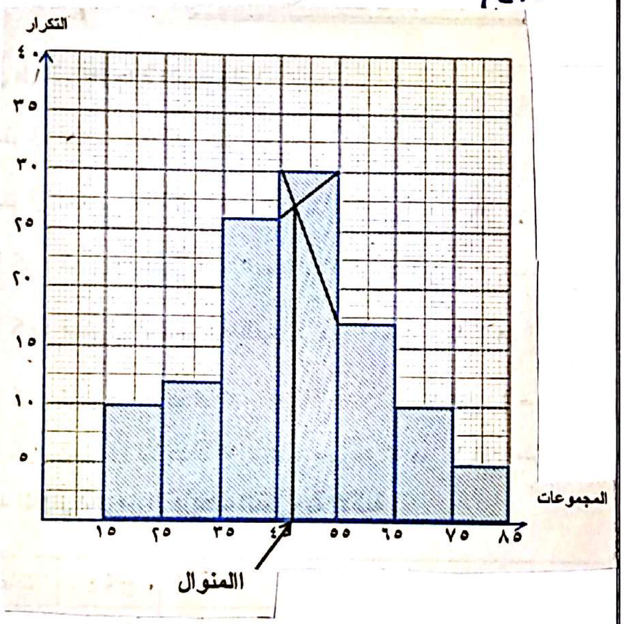
٣ك = ٦ ك = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

مثال ٢ الجدول التالي يبين توزيع الأجر الأسبوعي لعمال مصنع احسب الأجر المنوالي

الأجر	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	٥٥-	٦٥-	٧٥-
عدد العمال	١٠	١٢	٢٦	٣٠	١٧	١٠	٥

الحل

نرسم المدرج التكراري



∴ الأجر المنوالي هو ٤٧ جنيهاً

انتهى منهج الفصل الدراسي الأول

خالص تمنياتي لكم جميعاً بالتوفيق

محمد أدهم

ثانيا

الهندسة

الصف الثانى الإعدادى

الترم الاول

٢٠١٨

إعداد أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

مراجعة على الليمات

١ مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين
= ٩٠°

٢ مجموع قياسي الزاويتين المتكاملتين
= ١٨٠°

٣ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ٣٦٠°

٤ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة
= ١٨٠°

٥ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي
= ٣٦٠°

٦ مجموع قياسات زوايا أي مضلع محدب
= (ن-٢) × ١٨٠°

٧ قياس كل زاوية داخلة لمضلع محدب منتظم = $\frac{(ن-٢) \times ١٨٠}{ن}$

٨ قياس الزاوية الخارجة للمثلث
= مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين ماعدا المجاورة لها.

٩ قياس الزاوية الخارجة للمثلث المتساوي الأضلاع = ١٢٠°

١٠ إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان في القياس

١١ إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن

* كل زاويتين متبادلتين متساويتين في القياس
* كل زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس
* كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان

١٢ حالات التطابق

* ضلعين وزاوية محصورة
* زاويتين وضلع واصل بينهما
* الأضلاع الثلاثة
* وتر وضلع في المثلث القائم

١٣ نظرية فيثاغورث
في المثلث القائم مربع الوتر = مجموع مربعي الضلعين الآخرين.

١٤ الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى مثلث موازياً أحد الضلعين الآخرين

ينصف الضلع الثالث

١٥ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث

توازى الضلع الثالث وطولها = نصف طوله

١٦ خواص متوازى الأضلاع

هو شكل رباعى فيه

* كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين فى الطول
* كل زاويتين متقابلتين متساويتين فى القياس
* كل زاويتين متتاليتين مجموعهم ١٨٠°
* القطران ينصف كل منهما الآخر

١٧ المستطيل

هو متوازى أضلاع فيه

* احدى زواياه قائمة
* القطران متساويان

١٨ المعين

هو متوازى أضلاع فيه

* الأضلاع متساوية فى الطول
* القطران متعامدان

١٩ المربع

* الأضلاع متساوية
* الزوايا قائمة
* القطران متعامدان ومتساويان فى الطول

اضحك

قال لها ضعى لى المزيد من السكر فى الشاى
اقتربت ووضعت اصبعها فى الكأس
ثم وضعته بفمه وابتسمت قائلة
هكذا أفضل
نظر لها فى عينيها ....
ولزقها كف جاب لها سنانها
وقالها عورى هاتى السكر من المطبخ
هو أنا ناقص قرف.

* واحد بيعاكس واحدة *

رأها فى السوق كانت تشترى عسل
فتذوقته فقال لها كيف للعسل
أن يتذوق العسل
فقالت له زى ما الجزمة هيأخد بالجزمة

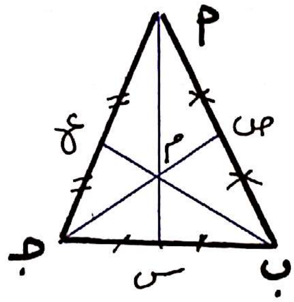
الوحدة الرابعة ١

متوسطات المثلث

* يعنى أية متوسط ؟؟

متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المرسومة من أى رأس إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

* فى الشكل المقابل



أ س ، ب ع ، جـ ص متوسطات

مش ملاحظ انهم متقاطعين فى نقطة واحدة

نظرية (١)

متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً فى نقطة واحدة.

* عايزك تبص فى المثلث اللى موجود وجاوب.

نقطة التقاطع أقرب للرأس ولا للقاعدة؟

طبعاً واضح انها أقرب للقاعدة.

نظرية (٢)

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة

* وعلى فكرة يا شطار ممكن بدل ١ : ٢ تكتب

٢ : ٤

٣ : ٦

٤ : ٨

٥ : ١٠

كده فهمتوا يا شباب ؟ المهم تبقى النصف وخلاص

* طيب والنقطة دى بتقسم كل منهم بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

الخلاصة

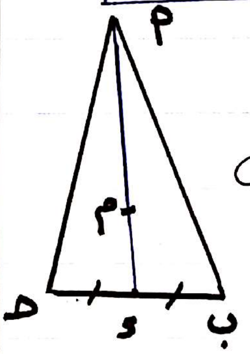
١ : ٢ من جهة القاعدة

٢ : ١ من جهة الرأس

ملحوظة أكمل

النقطة التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة تسمى ... نقطة تقاطع متوسطاته

خلى بالك من النسب ادى



أد متوسط

م نقطة تلاقي المتوسطات

م د = $\frac{1}{2}$ أ م **ومنها** أ م = ٢ م د

م د = $\frac{1}{3}$ أ د **ومنها** أ د = ٣ م د

أ م = $\frac{2}{3}$ أ د **ومنها** أ د = $\frac{3}{2}$ أ م

ملحوظة هتساعدك فى حل المسائل

اقسم طول المتوسط ÷ ٣

وليجيد اللى جهة القاعدة × ١

اللى جهة الرأس × ٢

١ يعني المتوسط اللي طوله ١٢ سم

$\frac{12}{3}$ = ٤

جهة القاعدة = ٤ سم

وجهة الرأس = ٢ × ٤ = ٨ سم

٢ والمتوسط اللي طوله ١٥ سم

$\frac{15}{3}$ = ٥

جهة القاعدة = ٥ سم

جهة الرأس = ٢ × ٥ = ١٠ سم

٣ إذا كان جهة القاعدة ٣ سم

∴ جهة الرأس = ٢ × ٣ = ٦ سم

ويكون المتوسط كله = ٣ + ٦ = ٩ سم

٤ إذا كان جهة الرأس ٢٠ سم

∴ جهة القاعدة = $\frac{1}{2}$ × ٢٠ = ١٠ سم

ويكون طول المتوسط كله = ٣٠ سم

القاعدة		الرأس		المتوسط كله
م د	:	أ م	:	أ د
١	:	٢	:	٣

مثال ١

في الشكل المقابل

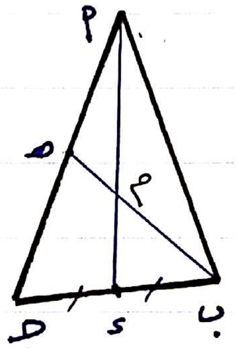
∆ أ ب جـ فيه د منتصف ب جـ

، م د = $\frac{1}{2}$ أ م ، أ م = ٩ سم

، ب هـ = ١٢ سم ، جـ هـ = ٨ سم

أوجد طول أ هـ ، م هـ ، أ د

الحل



∵ د منتصف ب جـ

∴ أ د متوسط

∵ م د = $\frac{1}{2}$ أ م

∴ م نقطة تلاقي المتوسطات

∴ ب هـ متوسط

، ∵ جـ هـ = ٨ سم ∴ أ هـ = ٨ سم

، ∵ ب هـ = ١٢ سم

$\frac{١٢}{٣}$ = ٤

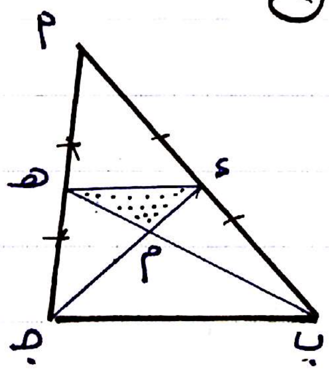
∴ م هـ = ٤ سم ، م ب = ٨ سم

∵ أ م = ٩ سم ∴ م د = $\frac{٩}{٢}$ = ٤٫٥ سم

∴ أ د = ٩ + ٤٫٥ = ١٣٫٥ سم

مثال ٢

في الشكل المقابل



ب جـ = ٨ سم

ب م = ٦ سم

جـ م = ٤ سم

أوجد محيط ∆ د م هـ

الحل

∵ د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

∴ د هـ (قطعة مرسومة بين منتصفي ضلعين في مثلث)

∴ د هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ٨ = ٤

∴ د هـ = ٤ سم

∵ ب هـ ، جـ د متوسطان متقاطعان في م

∴ م نقطة تلاقي متوسطات المثلث

∵ ب م = ٦ سم

∴ م هـ = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم

، ∵ جـ م = ٤ سم

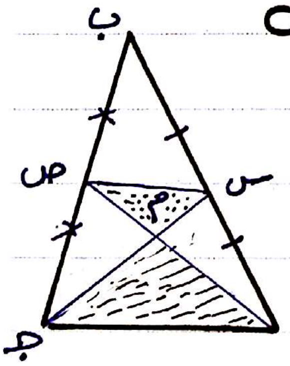
∴ م د = $\frac{٤}{٢}$ = ٢ سم

∴ محيط المثلث د م هـ

= ٤ + ٦ + ٢ = ١٢ سم

مثال ٣

في الشكل المقابل



س ص = ٥ سم

جـ م = ٨ سم

م ص = ٣ سم

أوجد

(١) محيط Δ م س ص

(٢) محيط Δ م ا جـ

الحل

∵ س منتصف ا ب ، ص منتصف ب جـ

∴ س ص = ½ ا جـ

∵ س ص = ٥

∴ ا جـ = ١٠ سم

∵ جـ م = ٨ سم

∴ س م = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ سم

، ∵ ص م = ٣ سم

∴ ا م = ٣ × ٢ = ٦ سم

(١) محيط Δ م س ص

= م س + م ص + س ص

= ٤ + ٣ + ٥ = ١٢ سم

(٢) محيط Δ م ا جـ

= ا م + م جـ + ا جـ

= ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ سم

الواجب

(١) أكمل

١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في .....

٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ....:.... من جهة القاعدة ونسبة ....:.... من جهة الرأس

٣) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٥ :.... من جهة القاعدة ونسبة ٨ :.... من جهة الرأس

٤) عدد متوسطات أي مثلث = ...

٥) إذا كان ا د متوسط وكانت م نقطة تقاطع المتوسطات وكانت ا د = ٦ سم فإن ا م = ... سم ، م د = ... سم

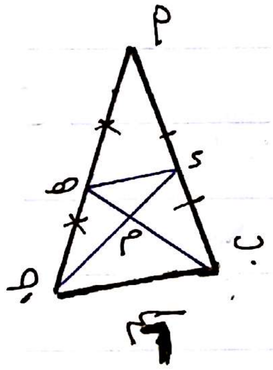
(٢) في الشكل المقابل

ب هـ = ٦ سم

ب م = ٤ سم

د جـ = ٩ سم

أوجد محيط Δ د م هـ



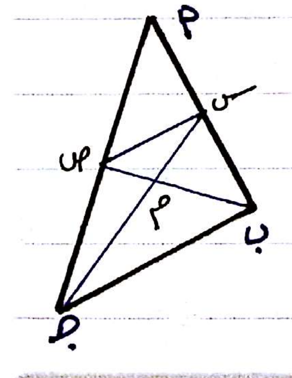
(٣) في الشكل المقابل

ب هـ = ٨ سم

س ص = ١٢ سم

ب م = ٦ سم

أوجد محيط Δ س م ص



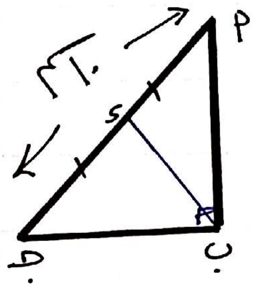
الوحدة الرابعة ٢

تابع متوسطات المثلث

نظرية (٣)

طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة = نصف طول الوتر.

مثلاً

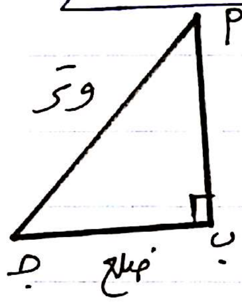


إذا كان أ جـ = ١٠ سم

∴ المتوسط ب ء

ب ء = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

أية رأيكم نراجع فيثاغورث



(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 ضلع

(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 − (ب جـ)^2

(ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 − (أ ب)^2

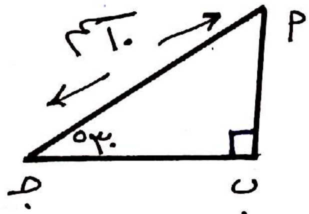
عايز الوتر ربع واجمع وخد الجذر

عندك الوتر ربع واطرح وخد الجذر

نتيجة هامة

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم = نصف طول الوتر

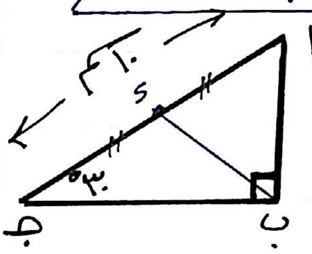
مثلاً



أ ب هو الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

مثال ١ فى الشكل المقابل أكمل



ب ء = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

أ ب = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

أ ء = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

محيط △ أ ب ء = أ ب + ب ء + أ ء

= ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ سم

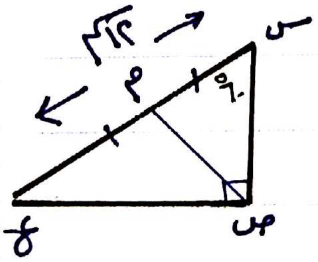
ب جـ = $\sqrt{(١٠)^2 - (٥)^2}$ = ٥$\sqrt{٣}$ سم

علل فكرة

هذا المثلث يسمى مثلثين ستين

لأن قياس زواياه ٩٠°، ٣٠°، ٦٠°

مثال ٢ فى الشكل المقابل



أوجد محيط △ س ص م

الحل

∵ ص م متوسط خارج من رأس القائمة

= نصف طول الوتر

∴ ص م = $\frac{12}{2}$ = $6\sqrt{3}$

∵ س ع = $12\sqrt{3}$

∴ س م = $\frac{12}{2}$ = $6\sqrt{3}$

في Δ س ص ع

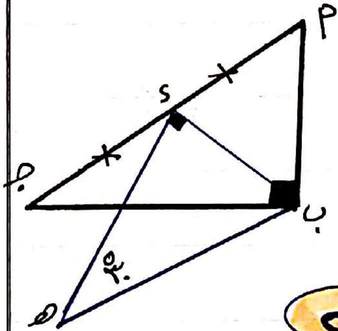
ق($\hat{ع}$) = $180 - [90 + 60] = 30^\circ$

∴ س ص = $\frac{12}{2}$ = $6\sqrt{3}$ [ضلع مقابل 30°]

∴ محيط Δ س ص م = $6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

على فكرة: س ص م مثلث متساوي الأضلاع

مثال ٣ في الشكل المقابل



اثبت أن أ جـ = ب هـ

الحل

في Δ أ ب جـ

ب د = $\frac{1}{2}$ أ جـ متوسط خارج من رأس القائمة ← ①

في Δ ب د هـ

ب د = $\frac{1}{2}$ ب هـ (ضلع مقابل 30°) ← ②

من ①، ②

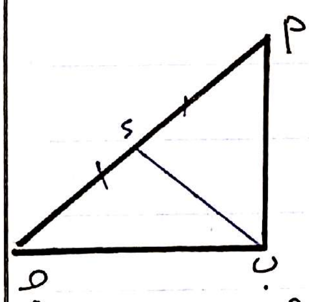
∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أ جـ = $\frac{1}{2}$ ب هـ

∴ أ جـ = ب هـ #

عكس نظرية (٣)

إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس كانت زاوية هذا الرأس قائمة

مثلاً



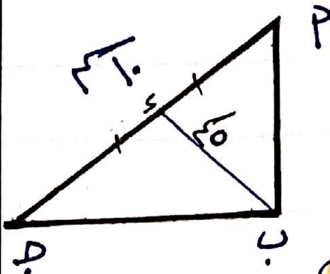
إذا كان

ب د = $\frac{1}{2}$ أ جـ

تكون زاوية ب قائمة

مثال ٤ فى الشكل المقابل

أوجد ق(بَ)



الحل

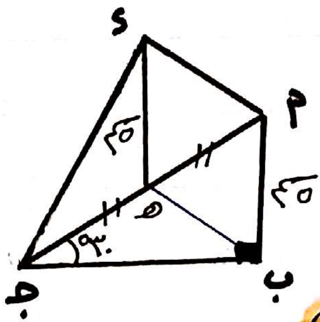
∵ د منتصف أجـ

∴ ب د متوسط

∴ ب د = ٥ = ½ أجـ

∴ ق(بَ) = ٩٠° عكس النظرية

مثال ٥ فى الشكل المقابل



اثبت أن ق(أ د جـ) = ٩٠°

الحل

فى △ أ ب جـ

∵ أ ب = ٥ سم ∴ أ جـ = ١٠ سم

(لأن الضلع المقابل ٣٠ = نصف الوتر)

∴ ب هـ = ½ = ٥ سم

(متوسط خارج من رأس القائمة)

فى △ أ د جـ أ جـ = ١٠ سم

∵ د هـ متوسط = ٥ سم

= ½ أ جـ

∴ ق(أ د جـ) = ٩٠° #

الواجب

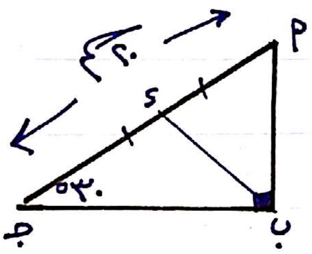
١ أكمل

١) طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة = ---- الوتر

٢) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم = ---- الوتر

٣) إذا كان طول متوسط المثلث = نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس تكون زاوية الرأس .....

٢ فى الشكل المقابل



ب د = ---

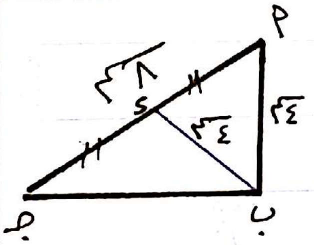
أ د = ---

أ ب = ---

محيط △ أ ب د = -----

ب هـ = ---

٣ فى الشكل المقابل

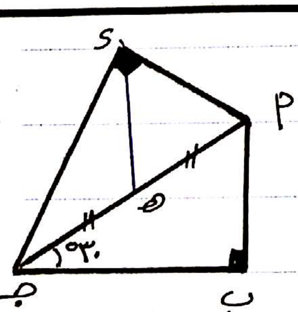


ق(بَ) = ----

ق(جـَ) = ----

△ أ ب د ----- الأضلاع

٤ فى الشكل المقابل



اثبت أن

أ ب = د هـ

الوحدة الرابعة ٣ المثلث المتساوى الساقين

ملاحظات

أنواع المثلث من حيث الزوايا

١ حاد الزوايا

٢ منفرج الزاوية

٣ قائم الزاوية

أنواع المثلث من حيث الأضلاع

١ مختلف الأضلاع

٢ متساوى الساقين

٣ متساوى الأضلاع

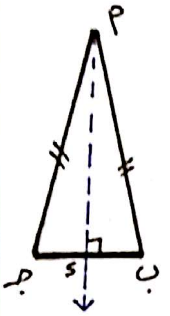
نظرية المثلث المتساوى الرجلين

نظرية (١)

زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان

" ربنا يخليني ليكم "

الاثبات مهم



* المعطيات :

△ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ

* المطلوب :

إثبات أن $(\hat{ب}) \equiv (\hat{جـ})$

* العمل :

نرسم أ د ⊥ ب جـ ويقطعه فى د

* البرهان *

△△ أ د ب ، أ د جـ

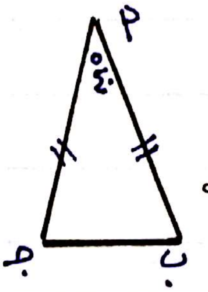
فيهما:
- ق(∠أ د ب) = ق(∠أ د جـ) = ٩٠° قائمة
- أ ب = أ جـ الوتر معطى
- أ د ضلع مشترك

∴ △ أ د ب ≡ △ أ د جـ

وينتج أن

ق $(\hat{ب}) \equiv$ ق $(\hat{جـ})$ #

مثال ١ فى كل من الأشكال اللى جاية أوجد قياس الزاوية المطلوبة

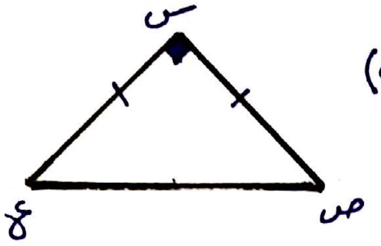


١ أوجد ق $(\hat{ب})$

١٨٠ − ٤٠ = ١٤٠°

∴ ق $(\hat{ب})$ = ق $(\hat{جـ})$ = $\frac{١٤٠}{٢}$ = ٧٠°

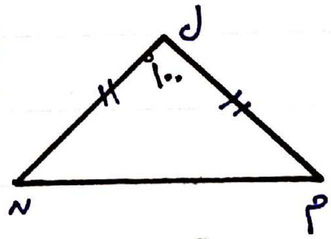
٢ أوجد $ق(\hat{ص})$



$١٨٠ - ٩٠ = ٩٠^\circ$

$\therefore ق(\hat{ص}) = ق(\hat{ع}) = \frac{٩٠}{٢} = ٤٥^\circ$

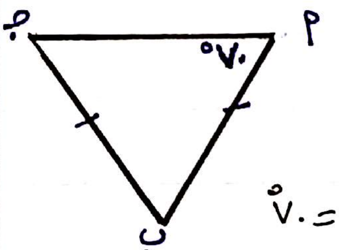
٣ أوجد $ق(\hat{م})$



$١٨٠ - ١٠٠ = ٨٠^\circ$

$\therefore ق(\hat{م}) = ق(\hat{ن}) = \frac{٨٠}{٢} = ٤٠^\circ$

٤ أوجد $ق(\hat{ب})$



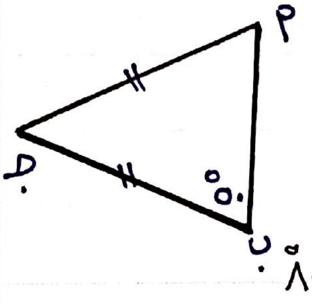
$\because أب = ب جـ$

$\therefore ق(\hat{أ}) = ق(\hat{جـ}) = ٧٠^\circ$

$\therefore ٧٠ + ٧٠ = ١٤٠^\circ$

$\therefore ق(\hat{ب}) = ١٨٠ - ١٤٠ = ٤٠^\circ$

٥ أوجد $ق(\hat{جـ})$

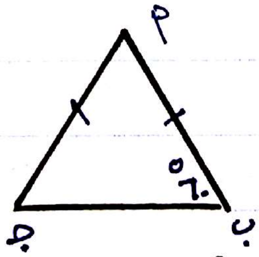


$ق(\hat{أ}) = ق(\hat{ب}) = ٥٠^\circ$

$\therefore ٥٠ + ٥٠ = ١٠٠^\circ$

$\therefore ق(\hat{جـ}) = ١٨٠ - ١٠٠ = ٨٠^\circ$

٦ أوجد $ق(\hat{أ})$



$ق(\hat{ب}) = ق(\hat{جـ}) = ٦٠^\circ$

$٦٠ + ٦٠ = ١٢٠^\circ$

$\therefore ق(\hat{أ}) = ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠^\circ$

ملاحظات ونتائج هامة جداً

١ زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين من الممكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة

٢ ولكن زوايا القاعدة تكون حادة فقط

٣ فى أى مثلث متساوى الساقين إذا وجد قياس احدى زواياه = ٦٠° فإن المثلث يكون متساوى الأضلاع

٤ فى المثلث المتساوى الأضلاع تكون زواياه الثلاثة متساوية وقياس كل منها = ٦٠°

٥ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث = مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين ما عدا المجاورة لها.

٦ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ١٢٠°

"إن شاء الله هتكون أشطر الطلاب"

مثال ٢

Δ أ ب جـ متساوي الساقين
ق(أ̂) = ١٢٠° أوجد ق(ب̂)

الحل

طبعاً يا أحبابي زاوية أ منفرجة
واحنا اتفقنا ان زاوية الرأس
ممكن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة
إنما القاعدة حادة فقط
لذلك (أ̂) هي زاوية الرأس
ق(ب̂) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠° / ٢ = ٣٠°

مثال ٣

Δ أ ب جـ متساوي الساقين
ق(ب̂) = ١٠٠° أوجد ق(أ̂)

الحل

ق(أ̂) = ١٨٠ − ١٠٠ = ٨٠ / ٢ = ٤٠°

مثال ٤

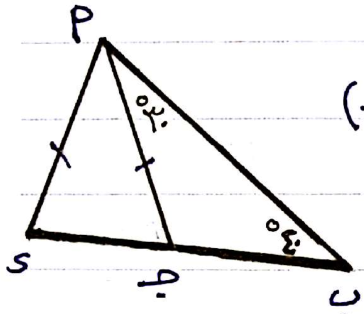
Δ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ
ق(أ̂) = ٦٠° فإن
المثلث يكون ...... متساوي الأضلاع

الحل

المثلث المتساوي الساقين الذي فيه
زاوية ٦٠° يكون متساوي الأضلاع

مثال ٥

في الشكل المقابل



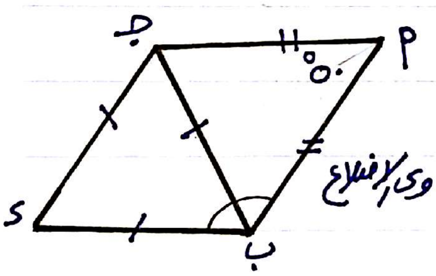
أوجد ق(أ د̂ جـ)

الحل

∵ (أ جـ̂ د) خارجة عن Δ أ ب جـ
∴ ق(أ جـ̂ د) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°
∵ أ جـ = أ د
∴ Δ أ جـ د متساوي الساقين
∴ ق(أ جـ̂ د) = ق(أ د̂ جـ) = ٧٠°

مثال ٦

في الشكل المقابل



Δ جـ ب د متساوي الأضلاع
ق(أ̂) = ٥٠°
أ ب = أ جـ
أوجد ق(أ ب̂ د)

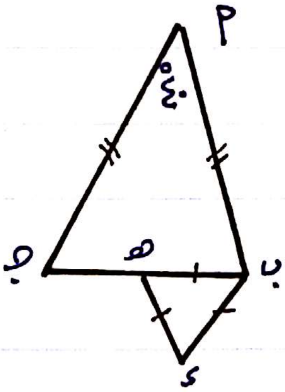
الحل

∵ Δ جـ ب د متساوي الأضلاع
∴ ق(جـ ب̂ د) = ٦٠° ← ①
في Δ أ ب جـ
∵ أ ب = أ جـ ∴ ق(أ ب̂ جـ) = ق(أ جـ̂ ب)
١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠ / ٢ = ٦٥° ← ②

∴ ق(أ ب̂ د) = ٦٠° + ٦٥° = ١٢٥°

مثال في الشكل المقابل

أوجد ق(أ ب̂ د)



الحل

في △ أ ب جـ المتساوي الساقين

∵ أب = أجـ ∴ ق(أ جـ̂ ب) = ق(أ ب̂ جـ)

= (١٨٠ − ٤٠) / ٢ = ١٤٠ / ٢ = ٧٠° ← ①

في △ ب د هـ المتساوي الأضلاع

ق(هـ ب̂ د) = ٦٠° ← ②

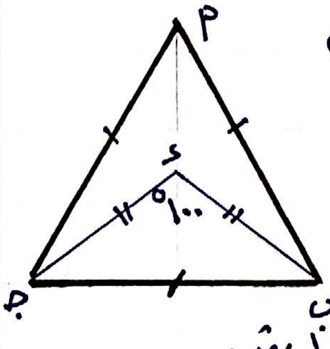
∴ ق(أ ب̂ د) = ٧٠° + ٦٠° = ١٣٠°

تدريب في الشكل المقابل

△ أ ب جـ متساوي الأضلاع

△ ب د جـ متساوي الساقين

أوجد ق(أ ب̂ د)



حلها وهتشوفها في الحصة

الواجب

١ أكمل

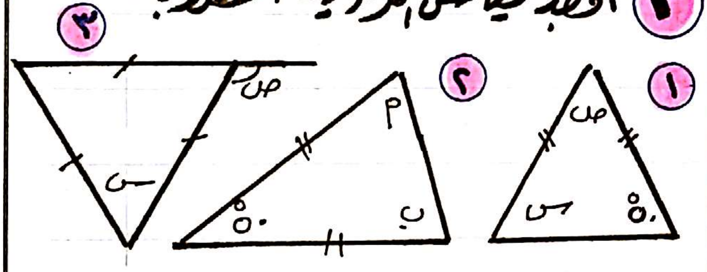
١) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ....

٢) قياس كل زاوية من زوايا المثلث المتساوي الأضلاع = ...

٣) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ...

٤) △ أ ب جـ متساوي الساقين فيه ق(جـ̂) = ١٢٠° فإن ق(أ̂) = ...

٢ أوجد قياس الزاوية المطلوبة

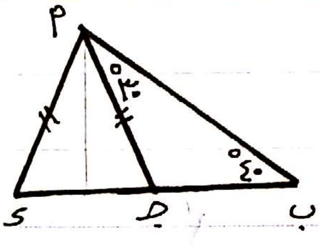


س = ... ص = ... | أ = ... ب = ... | س = ... ص = ...

٣ أوجد

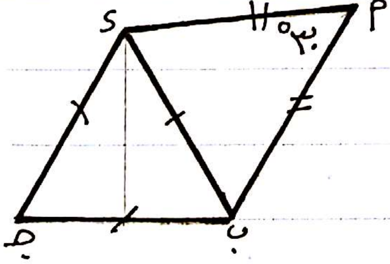
ق(د̂)

ق(هـ أ̂ د)



٤ أوجد

ق(أ ب̂ جـ)



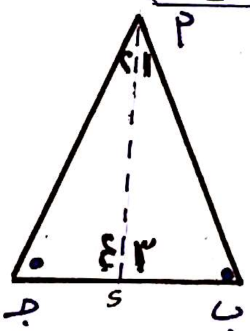
تابع المثلث المتساوى الساقين

الوحدة الرابعة ٤

عكس نظرية (٤)

إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقان ويكون المثلث متساوى الساقين .

إثبات عكس النظرية



* المعطيات :

ق(ب̂) = ق(ج̂)

* المطلوب :

إثبات أن أب = أج

* العمل :

نرسم أد ينصف (أ̂) ويقطع ب ج فى د

* البرهان *

∵ ق(ب̂) = ق(ج̂)

، ق(١̂) = ق(٢̂) لأن أد منصف

∴ ق(٣̂) = ق(٤̂)

لأنه مكملات الزوايا المتساوية تكون متساوية

∵ ∆∆ أدب ، أدج

فيهما { ق(١̂) = ق(٢̂) ، ق(٣̂) = ق(٤̂) ، أد ضلع مشترك }

∴ ∆ أدب ≡ ∆ أدج

وينتج أن

أب = أج #.

نتيجة

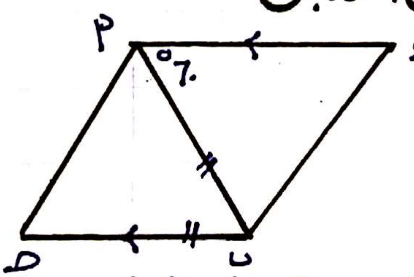
إذا تطابقت قياسات زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الأضلاع .

ملحوظة

١ المثلث المتساوى الساقين الذى قياس احدى زواياه ٦٠° يكون متساوى الأضلاع

٢ المثلث القائم الزاوية الذى فيه زاوية ٤٥° يكون متساوى الساقين

مثال ١ فى الشكل المقابل



أب = ب ج

أد // ب ج

اثبت أن ∆ أب ج متساوى الأضلاع

الحل

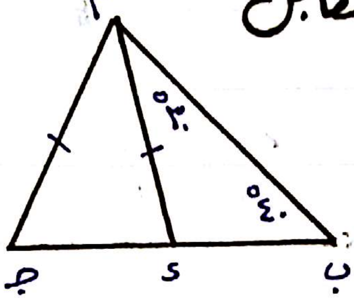
∵ أد // ب ج ، أب قاطع لهما

∴ ق(∠أ ب ج) = ٦٠° بالتبادل

∵ ∆ (أب ج) متساوى الساقين فيه ق(∠أ ب ج) = ٦٠°

∴ ∆ أب ج متساوى الأضلاع #

مثال ٢ في الشكل المقابل

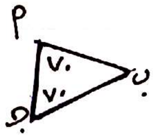


اثبت أن
أب = جـ ب

الحل

في Δ أ د جـ
∵ (أ د̂ جـ) خارجة عن Δ أ ب د
∴ ق(أ د̂ جـ) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°

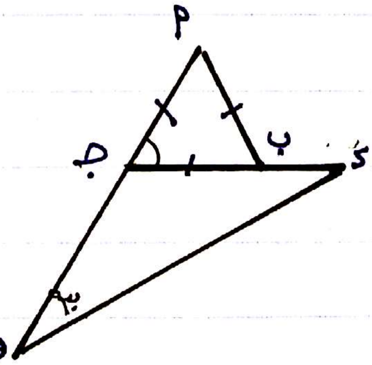
، ∵ أد = أجـ ∴ ق(جـ̂) = ٧٠°
∴ ق(د أ̂ جـ) = ١٨٠° − (١٤٠) = ٤٠°



في Δ أ ب جـ الكبير
∴ ق(أ̂) = ٣٠ + ٤٠ = ٧٠°
، ق(جـ̂) = ٧٠°

∴ أب = جـ ب #

مثال ٢ في الشكل المقابل



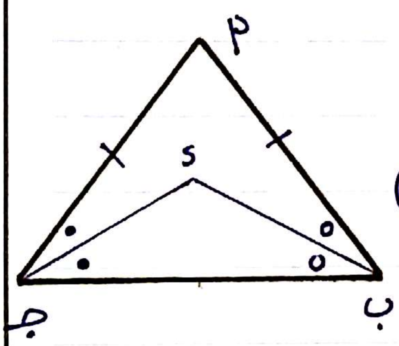
اثبت أن
Δ د جـ و
متساوي الساقين

الحل

في Δ أ ب جـ المتساوي الأضلاع
ق(أ جـ̂ ب) = ٦٠°
وهي خارجة عن Δ د و جـ
∴ ق(د̂) = ٦٠° − ٣٠° = ٣٠°

∴ Δ د جـ و
فيه ق(د̂) = ق(و̂)
∴ جـ د = جـ و
ويكون المثلث متساوي الساقين #

مثال ٣ في الشكل المقابل



أب = أجـ
ب د ينصف (ب̂)
جـ د ينصف (جـ̂)

اثبت أن Δ د ب جـ متساوي الساقين

الحل

∵ أب = أجـ ∴ Δ أ ب جـ متساوي الساقين
∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

∵ ب د ينصف (ب̂) ، جـ د ينصف (جـ̂)
∴ $\frac{1}{2}$ ق(ب̂) = $\frac{1}{2}$ ق(جـ̂)
∴ ق(د ب̂ جـ) = ق(د جـ̂ ب)
∴ Δ د ب جـ متساوي الساقين

الواجب

١ أكمل

١) إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يكونان ... ويكون المثلث ....

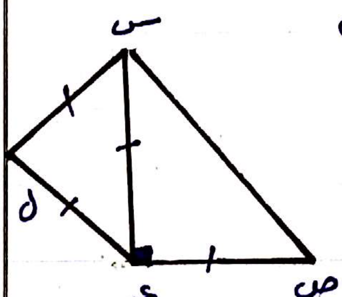
٢) إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون ......
المثلث القائم الذى قياس احدى زواياه ٤٥° يكون ----

٣) المثلث المتساوى الساقين الذى قياس احدى زواياه ٦٠° يكون ----

٤) المثلث ا ب جـ فيه ا ب = ب جـ ، ق(∠ا) = ٦٠° فإذا كان ا ب = ٥ سم فإن محيط △ ا ب جـ = ------

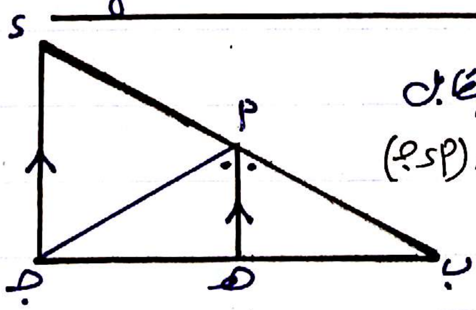
٥) مثلث فيه زاويتان ٨٠° ، ٥٠° فإن هذا المثلث يكون ----

٢ فى الشكل المقابل



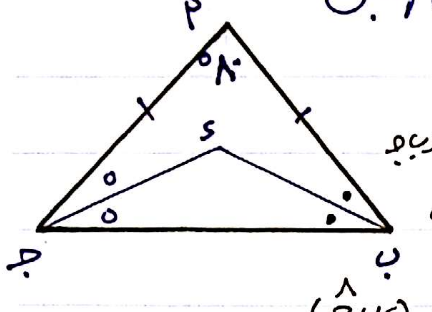
أوجد ق(∠ص س ل)

٣ فى الشكل المقابل



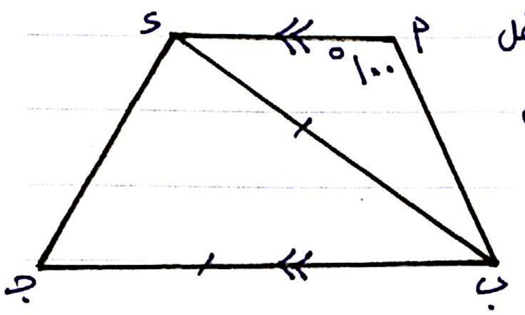
اثبت أن △ (ا د جـ) متساوى الساقين

٤ فى الشكل المقابل



اثبت أن △ د ب جـ متساوى الساقين ثم أوجد ق(∠د ب جـ)

٥ فى الشكل المقابل



اثبت أن △ ا ب د متساوى الساقين

ادعو معايا

اللهم اجعلنى مستقيماً فى حياتى .
واجعلنى فى زاوية قائمة على الخير
ولا تجعلنى فى مجموعة خالية .
ولا تجعل الدنيا حادة على .
واجعلنى موازياً لعباد الصالحين
وهو المطلوب يا أرحم الراحمين

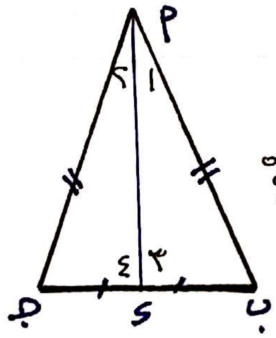
نتائج على نظريات المثلث المتساوى الساقين

الوحدة الرابعة ٥

نتيجة (١)

متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة.

مثلاً



إذا كانت

ق ($\hat{أ}$) = ٨٠°

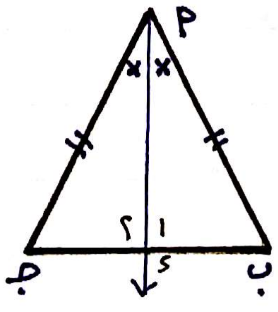
فإن ق ($\hat{1}$) = ق ($\hat{2}$) = ٤٠°

ويكون ق ($\hat{3}$) = ق ($\hat{4}$) = ٩٠°

نتيجة (٢)

منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها

مثلاً



إذا كانت

ب جـ = ١٠ سم

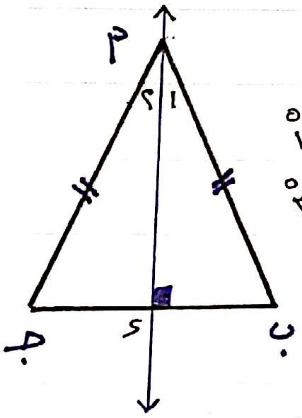
فإن ب ء = ء جـ = ٥ سم

ق ($\hat{1}$) = ق ($\hat{2}$) = ٩٠°

نتيجة (٣)

المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس.

مثلاً



إذا كانت ق ($\hat{أ}$) = ٧٠°

فإن ق ($\hat{1}$) = ق ($\hat{2}$) = ٣٥°

وإذا كان ب جـ = ١٢ سم

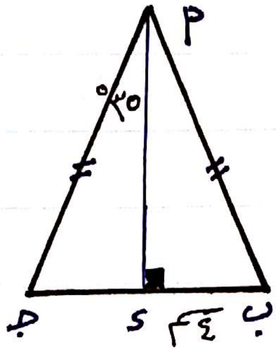
فإن ب ء = ء جـ = ٦ سم

الشكل ده هيساعدك على حفظ النتائج

متوسط ينصف القاعدة	منصف زاوية الرأس	عمودى على القاعدة
①	✓	✓
✓	②	✓
✓	✓	③

ياسلام عليك يا أبو أدهم يا رايق

مثال ١ في الشكل المقابل



أوجد ق(∠ب أ ء)

ق(∠ب)

طول ب جـ

الحل

∵ △ أ ب جـ متساوي الساقين

فيه أ ء ⊥ ب جـ

∴ أ ء ينصف (∠أ) وينصف ب جـ

∴ ق(∠ب أ ء) = ٣٥°

في △ أ ب ء

ق(∠ب) = ١٨٠ - [٣٥ + ٩٠] = ٥٥°

∵ ب ء = ٤سم ∴ ء جـ = ٤سم

∴ ب جـ = ٨سم

ملاحظات هامة

١ **محور تماثل القطعة المستقيمة**

هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها

٢ أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

٣ إذا كانت نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع على محور هذه القطعة المستقيمة

٤ عدد محاور تماثل المثلث

المختلف الأضلاع	صفر
المتساوي الساقين	١
المتساوي الأضلاع	٣

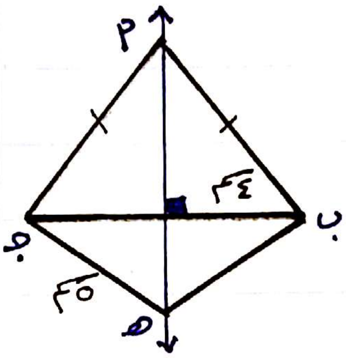
٥ المثلث القائم الزاوية الذي إحدى زواياه ٤٥° له محور تماثل واحد

٦ في أي مثلث متساوي الساقين إحدى زواياه ٦٠° يكون له ٣ محاور تماثل

٧ △ أ ب جـ فيه ق(∠أ) = ٤٠° ، ق(∠ب) = ٧٠° فإن المثلث له محور تماثل واحد

١٨٠ - (٤٠ + ٧٠) = ٧٠° متساوي الساقين

مثال ٢ في الشكل المقابل



(١) أوجد طول $\overline{ب جـ}$

(٢) اثبت أن $\overleftrightarrow{أ هـ}$ محور تماثل $\overline{ب جـ}$

(٣) أوجد طول $\overline{ب هـ}$

الحل

∵ △ أ ب جـ متساوي الساقين ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$

∴ ب جـ = ٨ سم

△ ب هـ جـ

∵ $\overline{هـ د} \perp \overline{ب جـ}$ وينصفه

∴ △ ب هـ جـ متساوي الساقين

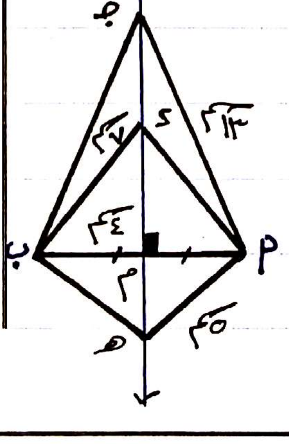
∵ هـ ب = هـ جـ ، ∵ أ ب = أ جـ

∴ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ محور تماثل $\overline{ب جـ}$

∴ ب هـ = جـ هـ = ٥ سم

لأنه أي نقطة على محور القطعة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

مثال ٣ في الشكل المقابل



أوجد طول كلاً من

$\overline{جـ ب}$ ، $\overline{د أ}$

$\overline{هـ ب}$ ، $\overline{م أ}$

الحل

∵ جـ ، د ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{ل}$ محور $\overline{أ ب}$

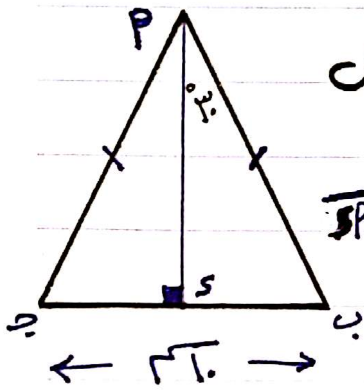
∴ أ د = د ب = ٧ سم

جـ ب = جـ أ = ١٣ سم

هـ ب = هـ أ = ٥ سم

م أ = م ب = ٤ سم

مثال ٤ في الشكل المقابل



(١) أوجد طول $\overline{ب د}$ ، $\overline{أ د}$

(٢) ما عدد محاور △ أ ب جـ ؟

(٣) ما نوع △ أ ب جـ ؟

الحل

∵ △ أ ب جـ متساوي الساقين

فيه $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$

∴ $\overline{أ د}$ ينصف $(\hat{أ})$ وينصف $\overline{ب جـ}$

∴ ب د = ٥ سم

في △ أ ب د

$\overline{ب د}$ مقابل للزاوية ٣٠°

∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أ ب

* ∴ أ ب = ١٠ سم ∴ أ د = $\sqrt{(١٠)^2 - (٥)^2}$

∴ أ د = ٥$\sqrt{٣}$ سم

* عدد محاور تماثل △ أ ب جـ = ٣

لأنه مثلث متساوي الساقين إحدى زواياه = ٦٠° يكون متساوي الأضلاع

مساحة △ أ ب جـ

= ½ القاعدة × الارتفاع

= ½ × ١٠ × ٣٧٥ = ١٨٧٥ سم²

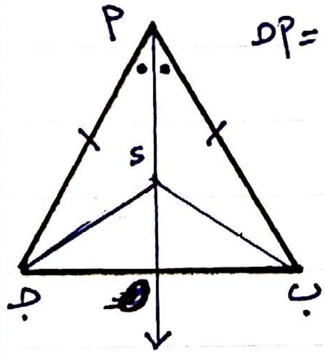
مثل ٥ فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ

اثبت أن

① ب هـ = ½ ب جـ

② ب د = جـ د



الحل

فى △ أ ب جـ ∵ أ ب = أ جـ

، أ هـ ينصف (∠أ)

∴ أ هـ ⊥ ب جـ

، أ هـ ينصف ب جـ

∴ ب هـ = ½ ب جـ # أولاً

∵ أ هـ ⊥ ب جـ من منتصفها

∴ أ هـ محور لـ ب جـ

، ∵ د ∈ أ هـ

∴ ب د = جـ د # ثانياً

الواجب

① أكمل

(١) المستقيم المار برأس المثلث المتساوى الساقين عمودياً على القاعدة ينصف ......، ......

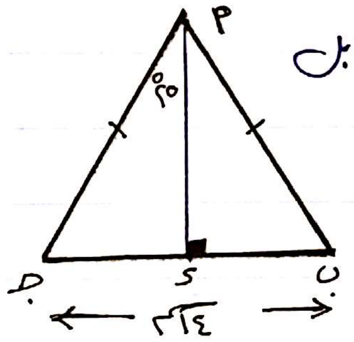
(٢) أى نقطة على محور تماثل القطعة تكون على بعدين ...... من طرفيها

(٣) عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع ...... المتساوى الساقين ...... المتساوى الأضلاع ......

(٤) △ أ ب جـ فيه ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ٩٠° فإن △ أ ب جـ عدد محاور تماثله = ...

(٥) إذا كانت أ تقع على محور تماثل س ص فإن أ س ...... أ ص

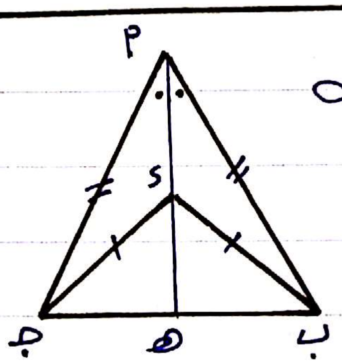
② فى الشكل المقابل



(١) أوجد ق(∠ب أ د)

(٢) ب د

③ فى الشكل المقابل

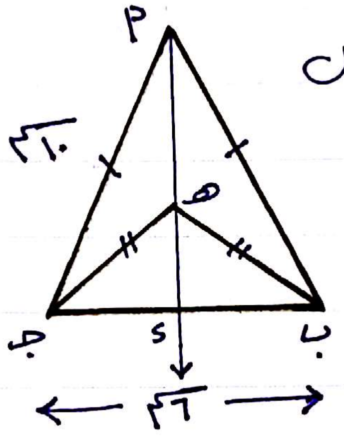


اثبت أن

(١) أ هـ محور ب جـ

(٢) ب هـ = هـ جـ

④ في الشكل المقابل



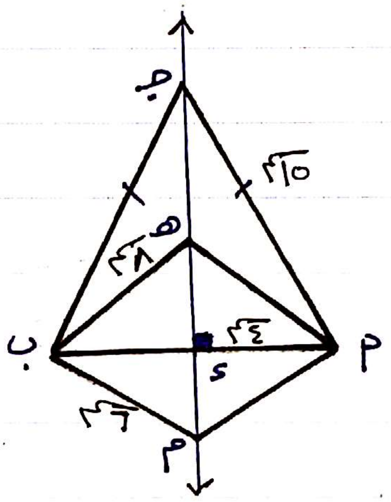
اثبت أن

* ب د = د جـ

اوجد طول كلاً من

* $\overline{\text{د هـ}}$ ، $\overline{\text{د أ}}$

⑤



أوجد طول

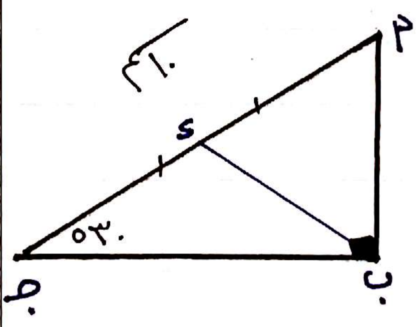
$\overline{\text{ب هـ}}$

$\overline{\text{أ هـ}}$

$\overline{\text{أ ب}}$

$\overline{\text{أ م}}$

⑥ في الشكل المقابل



أوجد محيط △ أ ب د

ثم اثبت ان △ أ ب د متساوي الأضلاع

* اتحدى انك تعرف * جمع الكلمات دي

حليب - اخطبوط

وحيد القرن - كلينكس

بترول - بيبسي

* تعلمت من الرياضيات *

① ان العدد السالب كلما كبرت أرقامه كلما صغرت قيمته كالمتعاليين على الناس: كلما ازدادوا تعالياً كلما صغروا في عيون غيرهم

② انه يمكننا الوصول لنتيجة صحيحة بأكثر من طريقة فلا تظن أنك وحدك صاحب الحقيقة وان كل من خالفك مخطئ

③ أن لكل مجهول قيمة فلا تستحقر أحد فأنت لا تعرف قيمته

الوحدة الخامسة ١

التبايـــن

إذا كان أ ب = ٥ سم ، س ص = ٣ سم

فإن أ ب > س ص

أو س ص < أ ب

مسلمات التباين

لأى أربعة أعداد أ ، ب ، جـ ، د

١ إذا كان أ > ب

فإن أ + جـ > ب + جـ

أ − جـ > ب − جـ

إذا كان جـ > ٠ : أ × جـ > ب × جـ

٢ إذا كان أ > ب ، ب > جـ

فإن أ > جـ

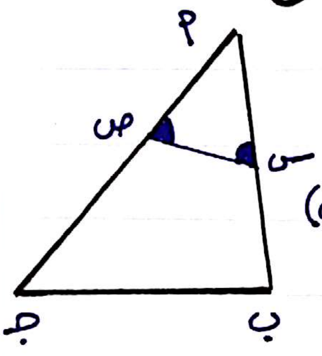
٣ إذا كان أ > ب ، جـ > د

فإن أ + جـ > ب + د

ملحوظة

قياس أى زاوية خارجة للمثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة عدا المجاورة لها.

مثال ١ فى الشكل المقابل



أ جـ > أ ب

، ق(أ س ص) = ق(أ ص س)

اثبت أن

ص جـ > س ب

الحل

فى △ أ ب جـ

∵ أ جـ > أ ب ← ①

وفى المثلث أ س ص

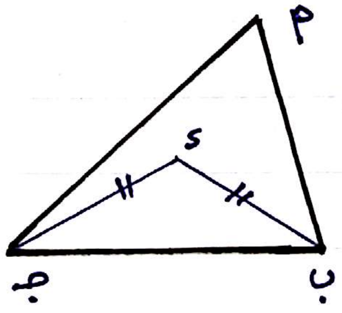
∵ ق(أ س ص) = ق(أ ص س)

∴ أ س = أ ص ← ②

بالطرح أ جـ − أ ص > أ ب − أ س

∴ ص جـ > س ب #

مثال ٢ فى الشكل المقابل



ق(ب) > ق(جـ)

، د ب = د جـ

اثبت أن ق(أ ب د) > ق(أ جـ د)

الحل

∵ د ب = د جـ ∴ ق(∠د ب جـ) = ق(∠د جـ ب) ← ①

، ∵ ق(∠أ ب جـ) > ق(∠أ جـ ب) ← ② معطى

من ①، ② بالطرح

∴ ق(∠أ ب جـ) − ق(∠د ب جـ) > ق(∠أ جـ ب) − ق(∠د جـ ب)

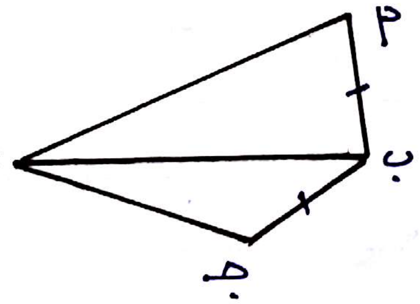
∴ ق(∠أ ب د) > ق(∠أ جـ د) #

مثال ٢

في الشكل المقابل

أ د > د جـ

اثبت أنه



محيط Δ أ ب د > محيط Δ ب د جـ

الحل

لاحظ أن محيط أى شكل = مجموع أطوال أضلاعه

فى Δ أ ب د ، فى Δ ب جـ د

أ ب = ب جـ

ب د مشترك

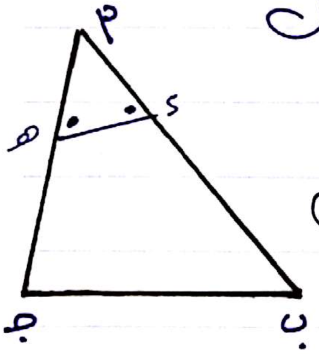
أ د > جـ د

∴ أ ب + ب د + أ د > ب جـ + ب د + جـ د

∴ محيط Δ أ ب د > محيط Δ ب د جـ #

الواجب

١ في الشكل المقابل



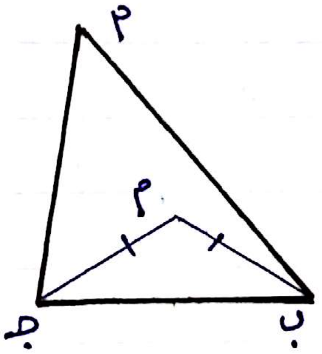
أ ب > أ جـ

ق(∠أ د هـ) = ق(∠أ هـ د)

اثبت أنه

د ب > هـ جـ

٢ في الشكل المقابل



ق(∠جـ) > ق(∠ب)

م ب = م جـ

اثبت أنه ق(∠أ جـ م) > ق(∠أ ب م)

٣ أكمل بوضع > أو <

(١) إذا كان س > ص وجـ عدد موجب

فإن س + جـ ... ص + جـ

ص − جـ ... س − جـ

ص × جـ ... س × جـ

(٢) إذا كان أ > ب ، ب > جـ

فإن أ ... جـ

الوحدة الخامسة ٢

المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث

نظرية (٥)

إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية أكبر فى القياس من الزاوية المقابلة للآخر.

ملاحظات

١ أكبر الزوايا تقابل أكبر الأضلاع

٢ أصغر الزوايا تقابل أصغر الأضلاع

٣ إذا كان قياس زاوية أصغر من مجموع الزاويتين الأخريين فإنها تكون حادة

٤ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث تساوى مجموع الأخريين فإنها تكون قائمة

٥ إذا كان قياس أحدى زوايا مثلث أكبر من مجموع الأخريين فإنها تكون منفرجة

٦ أى مثلث يحتوى على زاويتين على الأقل حادة

٧ أى مثلث يحتوى على زاوية واحدة قائمة على الأكثر

٨ أى مثلث يحتوى على زاوية واحدة منفرجة على الأكثر

٩ لا يمكن للمثلث ان يحتوى على زاوية قائمة وأخرى منفرجة

مثال ١

رتب تصاعدياً قياسات زوايا △ ا ب جـ الذى فيه

ا ب = ٦ سم ب جـ = ٥ سم ا جـ = ٧ سم

الحل

ترتيب الأضلاع ب جـ < ا ب < ا جـ

ترتيب الزوايا ق($\hat{ا}$) < ق($\hat{جـ}$) < ق($\hat{ب}$)

الحرف اللى ناقص من الضلع بيكون هو الزاوية

مثال ٢

رتب تنازلياً زوايا المثلث س ص ع

س ص = ٣٠ سم ص ع = ٢٨ سم

س ع = ٣٢ سم

الحل

ترتيب الأضلاع تنازلياً: س ع > س ص > ص ع

ترتيب الزوايا

∴ ق(ص^) > ق(ع^) > ق(س^)

مثال ٢: رتب زوايا △ أ ب جـ تصاعدياً

أب = ٥ سم ، ب جـ = ٣ سم

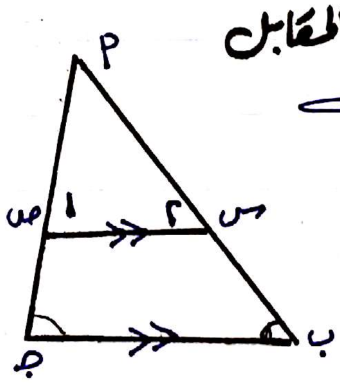
أ جـ = ٤ سم

الحل

∵ ب جـ < أ جـ < أ ب

∴ ق(أ^) < ق(ب^) < ق(جـ^)

مثال ٤: في الشكل المقابل



△ أ ب جـ فيه

أب > أجـ

، س ص // ب جـ

اثبت أن

ق(أ ص^ س) > ق(أ س^ ص)

الحل

∵ أب > أجـ ∴ ق

∴ ق(جـ^) > ق(ب^) ← (١)

، ∵ س ص // ب جـ

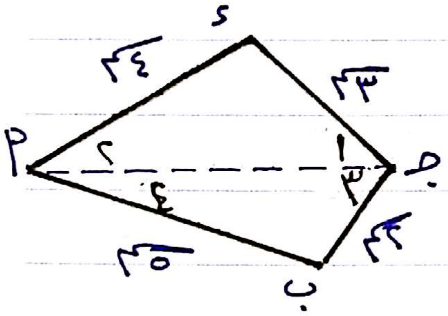
∴ ق(١^) = ق(جـ^) ، ق(٢^) = ق(ب^) بالتناظر ← (٢)

من ① ، ②

∴ ق(١^) > ق(٢^)

∴ ق(أ ص^ س) > ق(أ س^ ص) #

مثال ٥: في الشكل المقابل



اثبت أن

ق(د جـ^ ب) > ق(د أ^ ب)

الحل

في △ أ جـ د

∵ أ د > د جـ

∴ ق(١^) > ق(٢^) ← ①

في △ أ ب جـ

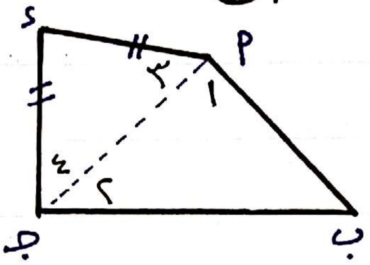
∵ أ ب > ب جـ

∴ ق(٣^) > ق(٤^) ← ②

بجمع المتباينتين ① ، ②

∴ ق(د جـ^ ب) > ق(د أ^ ب) #

مثال ٦ في الشكل المقابل



أ ب جـ د شكل رباعي فيه

أ د = د جـ ، ب جـ > أ ب

اثبت أن

ق(∠أ) > ق(∠جـ)

الحل

العمل نرسم $\overline{أجـ}$

في △ أ ب جـ

∵ ب جـ > أ ب

∴ ق(∠٢) > ق(∠١) ← (١)

في △ أ د جـ

∵ أ د = د جـ

∴ ق(∠٣) = ق(∠٤) ← (٢)

بإضافة (١) ، (٢)

∴ ق(∠أ) > ق(∠جـ) #

الواجب

(١) رتب تصاعدياً قياسات زوايا △ أ ب جـ إذا كان

(٢) أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٢ سم ، أ جـ = ٤ سم

(٣) أ ب = ٥ سم ، أ جـ = ٧ سم ، ب جـ = ١٠ سم

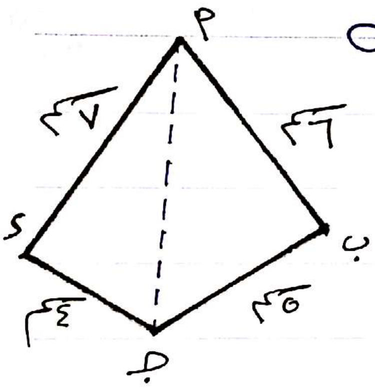
(٤) أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٦ سم

(٥) في △ أ ب جـ الذي فيه أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ١١ سم

حدد أصغر زواياه ----

وأكبر زواياه ----

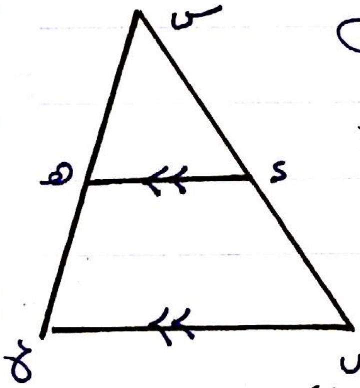
(٢) في الشكل المقابل



اثبت أن

ق(∠جـ) > ق(∠أ)

(٣) في الشكل المقابل



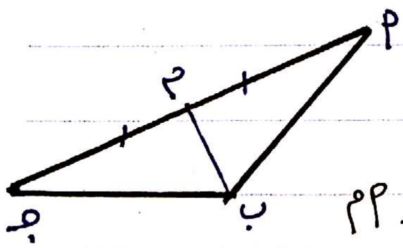
س ص > س ع

$\overline{د هـ}$ // $\overline{ص ع}$

اثبت أن

ق(∠س د هـ) > ق(∠س هـ د)

(٤) في الشكل المقابل



م منتصف أجـ

ب م > أ م

أثبت أن ق(∠ب) منفرجة

المقارنة بين أطوال الأضلاع فى المثلث

الوحدة الخامسة ٣

عكس نظرية (٥)

إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول من الضلع المقابل للأخرى

ملاحظات ونتائج

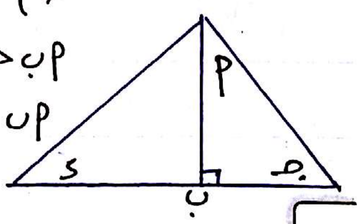
١ في المثلث القائم الزاوية أكبر الأضلاع طولاً هو الوتر

٢ في المثلث المنفرج الزاوية أكبر الأضلاع طولاً هو الضلع المقابل للزاوية المنفرجة

٣ طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أي قطعة مرسومة من النقطة إلى المستقيم

ا ب < ا جـ

ا ب < ا د



٤ بعد نقطة عن مستقيم هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم

مثال ١

△ ا ب جـ فيه ق(∠ا) = ٤٠° ، ق(∠ب) = ٦٠°

رتب أطوال أضلاعه تصاعدياً

الحل

ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٦٠°) = ٨٠°

∵ ق(∠ا) < ق(∠ب) < ق(∠جـ)

∴ ب جـ < ا جـ < ا ب

مثال ٢

△ س ص ع فيه ق(∠س) = ١٠٠° ، ق(∠ع) = ٦٠°

رتب أطوال أضلاعه تصاعدياً

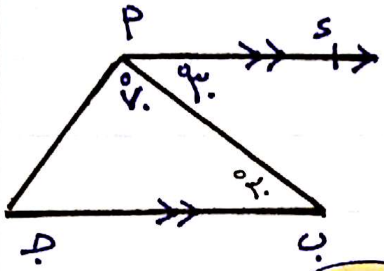
الحل

ق(∠ص) = ١٨٠° − (١٠٠° + ٦٠°) = ٢٠°

∵ ق(∠ص) < ق(∠ع) < ق(∠س)

∴ س ع < س ص < ص ع

مثال ٣ في الشكل المقابل



اثبت أن أب > أجـ

الحل

∵ أد // ب جـ

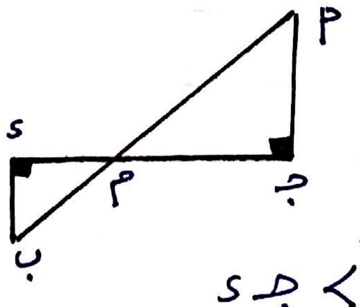
∴ ق(ب̂) = ٣٠° بالتبادل

∴ ق(جـ̂) = ١٨٠° − (٣٠° + ٧٠°) = ٨٠°

∵ ق(جـ̂) > ق(ب̂)

∴ أب > أجـ #

مثال ٤ في الشكل المقابل



اثبت أن أب > جـ د

الحل

في △ أجـ م   أم الوتر

∴ أم > جـ م ← ①

في △ م د ب   م ب الوتر

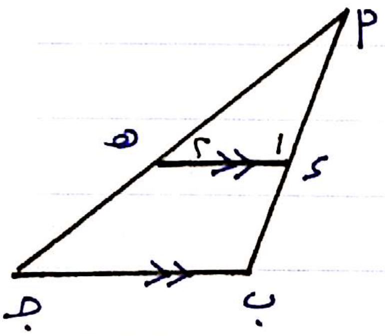
∴ م ب > م د ← ②

بجمع ① ، ②

∵ أم + م ب > جـ م + م د

∴ أب > جـ د #

مثال ٥ في الشكل المقابل



△ أب جـ منفرج الزاوية في ب ، د هـ // ب جـ

اثبت أن أهـ > أد

الحل

في △ أب جـ

∵ (ب̂) منفرجة

∴ ق(ب̂) > ق(جـ̂) ← ①

، ∵ د هـ // ب جـ

∴ ق(١̂) = ق(ب̂) ، ق(٢̂) = ق(جـ̂) بالتناظر ← ②

من ① ، ②

∴ ق(أد̂هـ) > ق(أهـ̂د)

∴ أهـ > أد #

الواجب

١ أكمل

١) إذا اختلف قياسا زاويتان في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع ----

٢) وإذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية ----

٣) أصغر الزوايا تقابل ----

٤) أكبر أضلاع المثلث القائم هو ----

٥) أكبر أضلاع المثلث المنفرج هو ----

٦) △ أ ب جـ إذا كان

ق(أ) = ق(ب) + ق(جـ) فإن ق(أ) ......

ق(أ) > ق(ب) + ق(جـ) فإن ق(أ) ......

فيكون أكبر الأضلاع طولاً ----

٧) إذا كان أ ب > ب جـ

فإن ق(جـ) ..... ق(أ)

٨) إذا كان س ص > ص ع

فإن ق(س) ..... ق(ع)

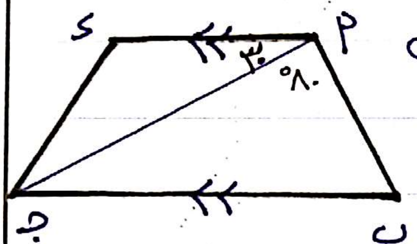
٢ رتب تصاعدياً أطوال △ أ ب جـ

١) ق(أ) = ٣٠° ق(ب) = ٨٠°

٢) ق(أ) = ١٠٠° ق(جـ) = ٥٠°

٣) ق(ب) = ٦٠° ق(جـ) = ٤٠°

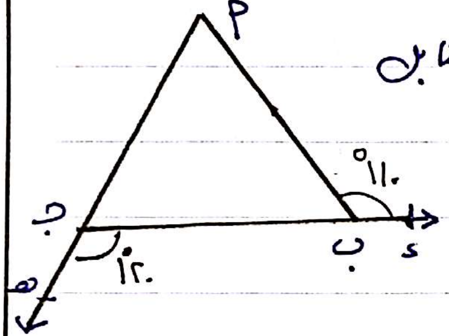
٣ في الشكل المقابل



أثبت أن

ب جـ > أ ب

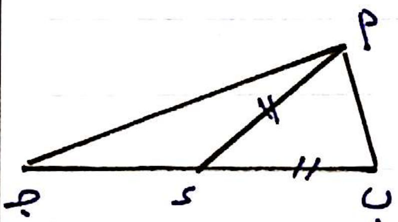
٤ في الشكل المقابل



أثبت أن

أ ب > ب جـ

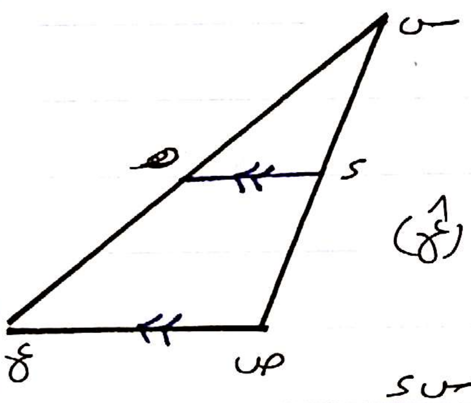
٥ في الشكل المقابل



أثبت أن

ب جـ > أ جـ

٦ في الشكل المقابل



ق(ص) > ق(ع)

أثبت أن

س هـ > س د

متباينة المثلث

الوحدة الخامسة ٤

ملاحظات هامة

١ فى أى مثلث مجموع أى ضلعين أكبر من الضلع الثالث

٢ فى أى مثلث طول أى ضلع أصغر من مجموع الضلعين الآخرين

٣ طول أى ضلع فى مثلث أصغر من نصف محيط المثلث

٤ الفرق بين الضلعين < طول الضلع < مجموع الضلعين

٥ إذا كان الضلعان ٣ ، ٥
فإن الضلع الثالث ∈]٢ ، ٨[
٥-٣ = ٢   ٥+٣ = ٨
٢ < الضلع الثالث < ٨

٦ △ متساوى الساقين فيه ضلعين فيه ٣ ، ٦ فإن الضلع الثالث
٦ ، ٦ ، ٣ علشان يكون مجموع أى ضلعين أكبر من الثالث

٧ △ له محور تماثل واحد أضلاعه ٤ ، ٨ ، ---
الضلع الثالث = ٨
لأنه متساوى الساقين لأن له محور تماثل واحد

٨ علشان تعرف الأضلاع تصلح أو لا تصلح
تجيب أصغر ضلعين وتجمعهم
لو كانوا أكبر من الثالث تصلح
لو أصغر أو يساوى الثالث لا تصلح

٩ فى △ أ ب جـ يكون
أ ب + ب جـ - أ جـ > صفر
لأن مجموع أى ضلعين أكبر من الثالث
يعنى الضلعين - الثالث > صفر

دى آخر حصة الترم الأول
ذاكر كويس وركز وربنا يوفقكم جميعاً.
محمد أدهم

أ/ محمد أدهم
معلم رياضيات
٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

تدريب ١

بين أي من المجموعات التالية تصلح ان تكون أطوال اضلاع مثلث

١) ٥سم ، ٦سم ، ١٠سم

الحل

٥+٦=١١ > ١٠ تصلح

٢) ٣سم ، ٤سم ، ٧سم

الحل

٣ + ٤ = ٧ لا تصلح

يجب أن يكونوا اكبر من ٧

٣) ٥سم ، ٦سم ، ١٤سم

الحل

٥ + ٦ = ١١ < ١٤

لا تصلح لانه يجب ان يكونوا اكبر من ١٤

٤) مثلث متساوي الساقين أطوال اضلاعه ٥سم ، ١٠سم

= ١٠سم

٥) مثلث له محور تماثل واحد أطوال اضلاعه ٤سم ، ٨سم فإن محيطه = ٤+٨+٨ = ٢٠سم

٦) إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٥سم ، ٧سم فإن الضلع الثالث ∈ ....]٢ ، ١٢[

٧-٥=٢ ٧+٥=١٢

٧) إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٦سم ، ٩سم فإن الثالث ∈ ....

٩-٦=٣ ٩+٦=١٥

]٣ ، ١٥[

الواجب

١ الحل

١) مجموع أي ضلعين في مثلث .... الضلع الثالث

٢) طول أي ضلع في مثلث .... نصف المحيط

٣) مثلث متساوي الساقين أضلاعه ٢سم ، ٤سم ، ....

٤) مثلث متساوي الساقين ٥سم ، ١٠سم فإن محيطه = ...

٥) مثلث فيه ضلعان ٦سم ، ١٠سم فإن الضلع الثالث ∈ ....

٢ أيهما يصلح ان يكون اضلاع مثلث

١) ٣سم ، ٧سم ، ١٠سم

٢) ٥سم ، ٩سم ، ١٢سم